

О ПРОЦЕССЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ЛАЗЕРНОЙ МИШЕНИ С ОБРАЗОВАНИЕМ В НЕЙ КРИОГЕННОГО ТОПЛИВНОГО СЛОЯ

Семенов К.О.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН

kostya_24@mail.ru

Поступила 28.07.2018

В работе рассматривается процесс охлаждения лазерной мишени с образованием в ней криогенного топливного слоя. В целях определения времени формирования твердого топливного слоя разрабатывается математическая модель процесса десублимации газообразного топлива и предлагается численное решение поставленной задачи. Эта задача актуальна с учетом проблематик, связанных с процессами производства без подвесных сферических лазерных мишеней, разработанными в лаборатории термоядерных мишеней ФИРАН им. П.Н. Лебедева.

УДК 519.62, 519.853.6, 51-72

DOI: 10.31145/2224-8412-2017-17-2-74-84

Введение

В экспериментах по проблематике управляемого термоядерного синтеза используются *лазерные мишени* [1]. Лазерная мишень представляет собой тонкостенную сферическую стеклянную (или полимерную) оболочку, симметрично заполненную криогенным слоем (смесь дейтерия (D_2), и трития (T_2), находящихся в твердом состоянии).

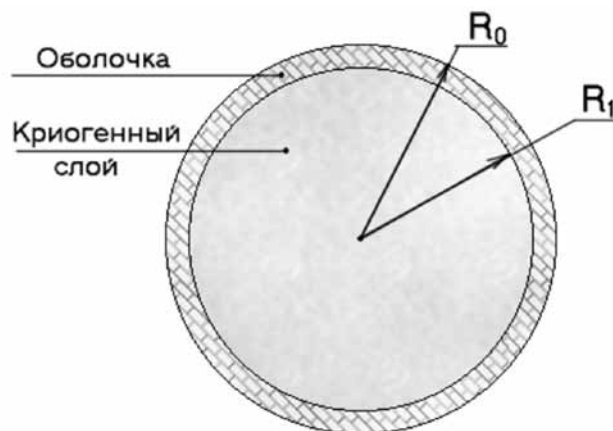
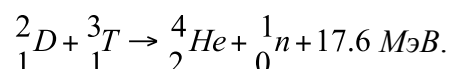


Рисунок 1. Лазерная мишень

При выстреле мощного импульсного лазера возникающей ударной волной по лазерной мишени, мишень сжимается (из-за высокой симметричности мишени), ядра атомов дейтерия и трития сближаются (в международной практике данный процесс называется – nuclear fusion process), и достигается очень высокая температура ($> 10^7 K$). Такое явление приводит к возникновению различных реакций термоядерного синтеза с выделением энергии.

Примером такой реакции может служить ниже следующая реакция синтеза



Ниже мы рассмотрим процесс охлаждения лазерной мишени с образованием в ней криогенного топливного слоя, необходимого для обеспечения, требуемых для создания условий запуска термоядерной реакции, физических характеристик лазерной мишени. Процесс охлаждения можно разбить на следующие два этапа

1. Охлаждение до начала образования твердого топливного слоя.
2. Формирование твердого топливного слоя.

1. Допущения и характеристики лазерной мишени, применяемые при моделировании

Далее, при построении математической модели и расчетах в отношении параметров лазерной мишени и условий процессов, протекающих в ней, будем считать справедливыми следующие предположения. Мы пренебрегаем линейным температурным расширением материалов. Полагаем радиус мишени $R_0 = 0.0005$ м. Здесь и далее все данные приведены в Международной Системе Единиц (СИ). Толщина оболочки лазерной мишени задается соотношением $(R_0 - R_1) = 0.000025$ м, будем считать её постоянной. Исключаем из рассмотрения процессы переноса масс внутри газообразного топлива. В качестве температуры внешней среды определим температуру $T_0 = 4.2 K$ – температура жидкого гелия (He). В качестве анализируемого газа будем рассматривать водород (H_2), для которого температура тройной точки [2] $T_{tr} = 13.81 K$. Удельная теплота десу-

десублимации определяется соотношением $\mu = 509920 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. Плотность твердого водорода принимает значение $\rho_s = 86 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Коэффициенты удельной теплоемкости и теплопроводности, являясь функциями температуры аппроксимируются линейными соотношениями, для удельной теплоемкости $c_s(T) = \bar{c}_s(T + \theta_{cs})$, где $\bar{c}_s = 120 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}^2}$, $\theta_{cs} = 13.55 \text{ К}$, для коэффициента теплопроводности справедливо равенство $k_s = 0.7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. В случае газообразного водорода, полагаем начальную температуру $T_1 = 300 \text{ К}$, удельную теплоемкость $c_g(T) = \bar{c}_g(T + \theta_{cg})$, где $\bar{c}_g = 12.3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}^2}$, $\theta_{cg} = 338.2 \text{ К}$ и коэффициент теплопроводности $k_g = \bar{k}_g(T + \theta_{kg})$, где $\bar{k}_g = 0.0722 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}^2}$, $\theta_{kg} = 7.7 \text{ К}$. Материал оболочки лазерной мишени — стекло «пирекс» (сорт боросиликатного стекла с очень низким температурным коэффициентом линейного расширения и устойчивостью к широкому диапазону температур), параметры такой оболочки принимают следующие значения: плотность $\rho_{sh} = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость $c_{sh}(T) = \bar{c}_{sh} \cdot T$, где $\bar{c}_{sh} = 2.57 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}^2}$, коэффициент теплопроводности $k_{sh} = \bar{k}_{sh}(T + \theta_{ksh})$, где $\bar{k}_{sh} = 0.0056 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}^2}$, $\theta_{ksh} = 18.2 \text{ К}$.

2. Модель охлаждения газа до температуры тройной точки при конвективном перемешивании газа

Для оценки времени охлаждения газа до начала процесса десублимации необходимо сформировать модель, описывающую процесс охлаждения топлива. Из-за высокого градиента температур внутри лазерной мишени происходит «мгновенное» конвективное перемешивание газа, поэтому при моделировании полагаем температуру газа (T_g) и его давление (P), не зависящими от расстояния до центра мишени (r), т.е. однородными по пространству. Распределение температуры в оболочке мишени (T_{sh}) описывается квазилинейным уравнением теплопроводности

$$c_{sh}(T_{sh}) \rho_{sh} \frac{\partial T_{sh}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{sh}(T_{sh}) \frac{\partial T_{sh}}{\partial r} \right). \quad (1.1)$$

Отметим, что соотношение записано не в сферических, а в декартовых координатах. Такая запись целесообразна ввиду того, что радиус лазерной мишени существенно превышает толщину её оболочки $R_1 \gg (R_0 - R_1)$. Поток тепла на границе раздела газ/оболочка задается уравнением теплового баланса

$$c_g(T_g) \rho_g V_g \frac{dT_g}{dt} = S k_{sh}(T) \frac{\partial T_{sh}}{\partial r} \Big|_{r=R_1}, \quad (1.2)$$

здесь $\rho_g = \text{const}$ — плотность газа в лазерной мишени, $V_g = \frac{4}{3} \pi R_1^3$ — объем газа, $S = 4 \pi R_1^2$ — площадь пятна контакта внутренней стенки лазерной мишени с газом. Граничные и начальные условия определяются следующими соотношениями $T_{sh}|_{r=R_1} = T_g(t)$ и $T_{sh}|_{r=R_0} = T_0$ — что означает равенство температур с внутренней и внешней стороны оболочки температурам газа и внешней среды соответственно. В начальный момент времени первоначальное распределение температуры в оболочке имеет вид $T_{sh}(r, 0) = \frac{r-R_0}{R_0-R_1} T_0 + \frac{R_0-r}{R_0-R_1} T_1$.

Построим разностную схему [3] для уравнения

$$c_i \rho_i \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{\tau} = \frac{1}{h} \left[k_{i+1/2} \frac{(y_{i+1} - y_i)}{h} - k_{i-1/2} \frac{(y_i - y_{i-1})}{h} \right], \quad (1.3)$$

здесь τ – размер временного шага, $h = \frac{R - R_1}{N}$ – шаг сетки (N – количество узлов сетки), $r_i = R_1 + ih \in [R_1, R_0]$ – текущая радиус-координата i -ом узле, $c_i, \rho_i, k_i, k_{i+1/2} = \frac{(k_{i+1} + k_i)}{2}, k_{i-1/2} = \frac{(k_i + k_{i-1})}{2}$ – коэффициенты для оболочки в i -ом узле (их значения можно брать на предыдущей итерации), y_i – значения температур в узлах сетки, $\hat{y}_i$ – уже известные, полученные на предыдущем шаге значения температур в узлах сетки.

Для решения задачи нахождения температуры и времени охлаждения с применением такой разностной схемы возможно провести методом прогонки [4], [5]

$$h^2 c_i \rho_i \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{\tau} = \left[k_{i+1/2} (y_{i+1} - y_i) - k_{i-1/2} (y_i - y_{i-1}) \right] \Rightarrow$$

$$\frac{h^2 c_i \rho_i}{\tau} y_i - \frac{h^2 c_i \rho_i}{\tau} \hat{y}_i = \frac{k_{i+1} + k_i}{2} y_{i+1} - \frac{k_{i+1} + k_i}{2} y_i - \frac{k_i + k_{i-1}}{2} y_i + \frac{k_i + k_{i-1}}{2} y_{i-1} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{k_{i+1} + k_i}{2} \right) y_{i+1} + \left(-\frac{h^2 c_i \rho_i}{\tau} - \frac{k_{i+1} + 2k_i + k_{i+1}}{2} \right) y_i + \left(\frac{k_i + k_{i-1}}{2} \right) y_{i-1} = \left(-\frac{h^2 c_i \rho_i}{\tau} \right) \hat{y}_i. \quad (1.4)$$

На каждом временном шаге оценивается градиент температур на внутренней стенке оболочки лазерной мишени – $\left(\frac{\partial T_{sh}}{\partial r} \right)_{r=R_1+0} \approx \frac{(y_1 - y_0)}{h}$. А с учетом этого изменения определяется температура газа

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{3k_s T_{sh}|_{r=R_1} = T_g}{c_g(T_g) \rho_g R_1} \frac{\partial T_{sh}}{\partial r} \Big|_{r=R_1+0} \quad (1.5)$$

$$T_g(t + \tau) = T_g(t) - \tau \frac{3k_s(T_g(t))}{c_g(T_g(t)) \rho_g R_1} \frac{(y_0 - y_1)}{h}. \quad (1.6)$$

Результаты расчетов с применением описанной схемы приведены в таблице ниже.

Таблица 1.

$\rho_g, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	20	20	25	30	35	40	45
$t_{\text{охла}}, 10^{-3} \text{с}$	5.0	5.7	6.9	8.1	9.3	10.5	11.7

Сходимость обеспечивается за счет изменения количества узлов разностной схемы и временного шага, что подтверждается тем фактом, что при увеличении этих параметров в несколько раз, результаты вычислений менялись незначительно.

3. Упрощенная модель формирования криогенного топливного слоя

Рассмотрим одномерную задачу Стефана о промерзании с одним фазовым фронтом. Ввиду того, что характерная величина температуропроводности оболочки значительно превышает температуропроводность водорода, присутствием оболочки можно пренебречь.



Рисунок 2. Формирование криогенного топливного слоя с плоской границей фазового раздела.

Распределение температуры в газе ($0 \leq x \leq \xi(t)$) описывается параболическим уравнением

$$c_g \rho_g \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_g \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (2.1)$$

где c_g , ρ_g и k_g удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности газа соответственно. Будем считать эти коэффициенты не зависящими от времени (t) и температуры (T). Для твердого слоя это уравнение будет выглядеть аналогично $c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T}{\partial x} \right)$, где c_s , ρ_s и k_s — удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности твердого слоя соответственно. Далее приведем описание граничных условий. На границе твердый слой/внешняя среда условие будет описываться равенством температур: $T|_{x=R_1} = T_0$. На левом краю ($x=0$), а это центр мишени, где поток тепла равен нулю $k_g \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = 0$. На границе раздела двух фаз ($x=\xi(t)$) соблюдается равенство температур, а разность тепловых потоков равна произведению энтальпии фазового перехода на скорость движения границы раздела фаз $T|_{x=\xi(t)-0} = T|_{x=\xi(t)+0}$,

$$k_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)+0} - k_g \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)-0} = \rho_s \frac{d\xi(t)}{dt}, \quad (2.2)$$

Начальные условия описывают следующие соотношения. В момент времени ($t=0$) твердой фазы нет, что означает $\xi(t=0) = R_1$, а температуру газа будем считать равной температуре тройной точки водорода $T|_{0 \leq x \leq R_1, t=0} = T_{tp}$. При такой постановке задача имеет аналитическое решение [6], при вычислении которого время процесса десублимации определяется следующим образом

$$t_{sub} = \frac{1}{9} R_1^2 \left(\frac{\rho_g}{\rho_s} \right)^2 / \alpha^2. \quad (2.3)$$

Параметр α — корень трансцендентного уравнения

$$\mu \cdot \rho_s \frac{\sqrt{\pi}}{2} \alpha = \frac{k_s (T_{tp} - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_s^2}\right)}{a_s \Phi\left(\frac{\alpha}{2a_s}\right)}, \quad (2.4)$$

где $a_s = \sqrt{\frac{k_s}{c_s \rho_s}}$ – коэффициент температуропроводности.

Функция $\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-z^2) dz$ – интеграл ошибок. Формулы (2.3)–(2.4) получены при решении задачи о вымерзании заданной массы газа на плоской холодной поверхности без учета теплотехнических свойств самой поверхности, т.е. оболочки.

Результаты вычислений по полученным соотношениям приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Начальная плотность газа: $\rho_g, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	15	20	30	35	40	45
Полученное время охлаждения: $t_{\text{sub}}, 10^{-3} \text{с}$	2.53	4.51	10.1	13.8	18.0	22.8

4. Основная модель формирования криогенного слоя

Газовая смесь в лазерной мишени охлаждена до температуры T_f близкой к температуре тройной точки водорода T_{tp} , в этот момент времени криогенный топливный слой отсутствует. В процессе дальнейшего охлаждения будет происходить десублимация газа – газ начнет осаждаться на внутренней поверхности оболочки лазерной мишени, как это показано на рисунке 3.

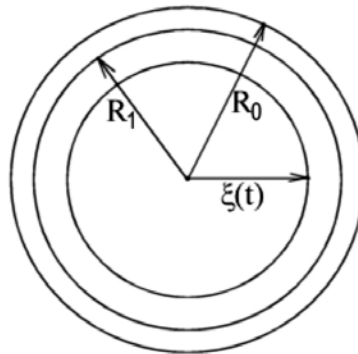


Рисунок 3. Схема десублимация газа. $R_0, R_1, \xi(t)$ – внешний, внутренний радиусы мишени и функция расстояния от центра мишени до внутренней границы твердого топливного слоя

Такая модель может быть описана следующей системой уравнений теплопроводности в сферической системе координат по каждому из слоев

$$\begin{cases} c_g(T) \rho_g(\xi(t)) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 k_g(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], 0 < r < \xi(t), \\ c_s(T) \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 k_s(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], \xi(t) < r < R_1, \\ c_{sh}(T) \rho_{sh} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 k_{sh}(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], R_1 < r < R_0, \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} T(t, \xi(t)) = T_{tp} = \text{const} > 0, t \geq 0, \\ \mu \rho_s \frac{d\xi(t)}{dt} = k_s (T = T_{tp}) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\xi(t)-0} - k_g (T = T_{tp}) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\xi(t)+0} \end{cases} \quad (3.2)$$

В описанной выше системе уравнений (3.1)–(3.2), плотность газа зависит от времени

$$\rho_g(\xi(t)) = \rho_g|_{t=0} \left(\frac{R_1}{\xi(t)} \right)^3 + \rho_s \left(\frac{\xi(t) - R_1}{\xi(t)} \right)^3, \quad (3.3)$$

при нарастании твердого слоя, плотность которого (ρ_s) больше, чем первоначальная плотность газа $\rho_g|_{t=0}$, масса вещества внутри оболочки остается постоянной, поэтому плотность газа уменьшается в соответствии с вышеописанной зависимостью.

Зададим граничные условия

$$T|_{r=R_0} = T_0, \quad (3.4)$$

на внешней стороне мишени температура постоянно равна температуре внешней среды,

$$k_g(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (3.5)$$

в центре мишени нулевой тепловой поток.

Начальные условия примут вид

$$T(r, t=0) = \begin{cases} T_f - \frac{r(T_f - T_{tp})}{R_1}, \text{ при } 0 \leq r \leq R_1, \\ T_{tp} - \frac{(r - R_1)(T_{tp} - T_0)}{(R_0 - R_1)}, \text{ при } R_1 \leq r \leq R_0, \end{cases}, \quad (3.6)$$

т. е. температура изменяется соответственно в газе – линейно от температуры T_f в центре мишени до температуры T_{tp} на внутренней поверхности оболочки, а в оболочке – линейно до температуры T_f на внешней поверхности оболочки. При $r < R_1$ введем удельное теплосодержание

$$H(T) = \int_0^T (c(u)\rho(u) + \mu \rho_s \delta(u - T_{tp})) du, \quad (3.7)$$

$$\text{где } c(u)\rho(u) = \begin{cases} c_s(u)\rho_s, \text{ при } 0 \leq u \leq T_{tp}, \\ c_g(u)\rho_g, \text{ при } T_{tp} < u, \end{cases} \quad r < R_1, \quad \text{и } \delta(x) - \text{дельта-функция Дирака.}$$

$$c_{sh}(u)\rho_{sh}, \quad r > R_1,$$

Условия (3.2) на фазовом фронте будут выполнены, если соотношение (3.1) заменить соотношением

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k(u) \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.8)$$

$$\text{где } k(u) = \begin{cases} k_s(u), & \text{при } 0 \leq u \leq T_{tp}, \\ k_g(u), & \text{при } T_{tp} < u, \\ k_{sh}(u), & r > R_1. \end{cases}$$

Подставляя в уравнение энергии (3.7) выражение (3.6), получаем:

$$(c(T)\rho(T) + \mu\rho_s\delta(T-T_{tp}))\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2k(u)\frac{\partial T}{\partial r}\right). \quad (3.9)$$

Как видно $c(T)$ и $\rho_s\delta(T-T_{tp})$ входят в уравнение одинаковым образом. $\rho_s\delta(T-T_{tp})$ представляет собой сосредоточенную теплоемкость (на поверхности $T = T_{tp}$). Для перехода к разностной схеме заменим дельта-функцию приближенно дельтаобразной, или «размазанной», дельта-функцией $\delta(T-T_{tp}, \Delta) \geq 0$, где Δ – величина полуинтервала, на котором отлична от нуля $\delta(T-T_{tp}, \Delta)$.

Итак, при $r > R_1$, введем эффективную сглаженную теплоемкость $\tilde{C}(T) = c(T)\rho(T) + \mu\rho_s\delta(T-T_{tp}, \Delta)$ из условий

$$\tilde{C}(T) = c_s(T)\rho_s \text{ при } T < T_{tp} - \Delta, \quad \tilde{C}(T) = c_g(T)\rho_g \text{ при } T > T_{tp} + \Delta.$$

Изменение энтальпии на интервале $(T_{tp} - \Delta, T_{tp} + \Delta)$ сохраняется, т.е.

$$\int_{T_{tp}-\Delta}^{T_{tp}+\Delta} \tilde{C}(u)du = \mu\rho_s + \int_{T_{tp}-\Delta}^{T_{tp}} c_s(u)\rho_s du + \int_{T_{tp}}^{T_{tp}+\Delta} c_g(u)\rho_g du, \quad (3.10)$$

при $r > R_1$, полагаем $\tilde{C}(T) = c_{sh}(T)\rho_{sh}$.

Можно задать функцию $\tilde{C}(T)$ на интервале $T_{tp} - \Delta, T_{tp} + \Delta$ следующим образом

$$\tilde{C}(T) = \begin{cases} c_s(T)\rho_s + \delta(T-T_{tp}, \Delta), & \text{при } T < T_{tp}, \\ c_g(T)\rho_g + \delta(T-T_{tp}, \Delta), & \text{при } T > T_{tp}. \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{где } \delta(T-T_{tp}, \Delta) = \frac{3\mu\rho_s(T-T_{tp}+\Delta)(T_{tp}+\Delta-T)}{4\Delta^3}.$$

Несложно убедиться, что

$$\int_{T_{tp}-\Delta}^{T_{tp}+\Delta} \delta(T-T_{tp}, \Delta) dT = \frac{3\mu\rho_s}{4\Delta^3} \int_{T_{tp}-\Delta}^{T_{tp}+\Delta} \left(\Delta^2 - (T-T_{tp})^2\right) dT = \mu\rho_s. \quad (3.12)$$

На этом же интервале $(T_{tp} - \Delta, T_{tp} + \Delta)$ проводится сглаживание и для коэффициента теплопроводности, вводится эффективный сглаженный коэффициент $\tilde{k}(T)$, совпадающий с $k_s(T)$ при $T < T_{tp} - \Delta$, и с $k_g(T)$ при $T > T_{tp} + \Delta$, а при $r > R_1$: $\tilde{k}(T) = k_{sh}(T)$.

В результате мы получаем задачу для уравнения теплопроводности со сглаженными коэффициентами

$$\tilde{C}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \tilde{k}(u) \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.13)$$

при указанных ранее граничных (3.4), (3.5) и начальных (3.6) условиях.

Перейдем к построению разностной схемы для полученной задачи.

$$r^2 \tilde{C}(T, r) \frac{\partial T}{\partial t} = 2r \tilde{k}(T, r) \frac{\partial T}{\partial r} + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\tilde{k}(T, r) \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (3.14)$$

Чисто неявная разностная схема имеет следующий вид

$$r_i \tilde{C}_i \rho_i \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{\tau} = 2\tilde{k}_i \frac{(y_{i+1} - y_{i-1}))}{2h} + r_i \frac{1}{h} \left[\tilde{k}_{i+1/2} \frac{(y_{i+1} - y_i)}{h} - \tilde{k}_{i-1/2} \frac{(y_i - y_{i-1}))}{h} \right], \quad (3.15)$$

Перед началом каждого временного шага разностного метода вычисляется положение границы раздела фаз, линейной интерполяцией между соседними узлами

$$\xi(t) = r_{i-1} + \frac{T_p - \hat{y}_i}{\hat{y}_{i-1} - \hat{y}_i} h, \quad \text{где} \quad \hat{y}_{i-1} \leq T_p \leq \hat{y}_i. \quad (3.16)$$

С учетом соотношения (3.3) находится величина плотности газа $\rho_g(t)$.

Процесс вычисления заканчивается, когда плотность газа приближается к нулевому значению.

Результаты вычислений по полученным соотношениям приведены ниже в таблице 4.

Таблица 4.

$\rho_g, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	15	20	25	30	35	40	45
$t_{\text{sub}}, 10^{-3} \text{с}$	5.4	8.8	13.1	18.5	25.1	32.8	41.9

Данная таблица получена для следующих параметров описанного метода расчета.

Количество узлов разностной схемы $N = 500$. Величина временного шага: $\tau = 10^{-5} \text{с}$, $\Delta = 0.03 \text{К}$ и $T_f = 14 \text{К}$.

При сравнении данных результатов с результатами, полученными для соответствующей упрощенной задачи (Таблица 3), мы видим, что они имеют тот же порядок.

Замечания.

1. Интервал Δ следует выбирать таким образом, чтобы он охватывал несколько узловых точек. Так как при слишком малых Δ , возникает немонотонность в сглаживании, а при слишком больших – сильное расхождение с исходной задачей.
2. Не стоит также выбирать слишком большие значения параметра N , так как при решении соответствующей системы линейных уравнений с трехдиагональной матрицей методом прогонки, может возникнуть значительное накопление погрешности вычисления.

Заключение

Полученные значения времен охлаждения составляют десятки миллисекунд. Внесенные в модели предположения не могут значительно (на порядки) изменить реальное время охлаждения.

Использование приведенных численных методов в исследуемых моделях вполне пригодно для практических задач. Результаты показали хорошую согласованность с теоретическими результатами [7]-[8].

Предложенные вычислительные схемы вполне пригодны также для метода охлаждения, основанного на квантовом излучении нагретого тела. Для такого метода необходимо заменить граничные условия на внешней поверхности мишени в соответствии с законом Стефана-Больцмана – вместо постоянной температуры подставить тепловой поток [9].

Литература

1. *Александрова И.В., Белолипецкий А.А., Корешева Е.Р. и др.* Криогенные мишени для реактора // Часть I Диффузионное заполнение топливом сферических оболочек, М., Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 2012, с.1-134.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика // Наука, М., 1979.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем // Наука, М., 1989.
4. *Самарский А.А., Моисеенко Б.Д.* Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Журнал Вычислительной математики и Математической физики. Т5, №5, 1965.
5. *Будак Б.М., Соловьева Е.Н., Успенский А.Б.* Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана // Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики, Т5, №5, 1965.
6. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики // МГУ, М., 1999.
7. *Белолипецкий А.А.* Математическая модель остывания тонкостенной оболочки при быстром конвективном перемешивании газа внутри нее // Вестник МГУ им. М.В. Ломоносова, серия 15, вычисл. матем. и кибернетика, №1, 2001.
8. *Белолипецкий А.А.* Математическое моделирование процесса десублимации изотопов водорода в лазерной мишени// М.: Труды МФТИ, 2009, т.1, № 4, с. 7-22.
9. *Белолипецкий А.А., Малинина Е.А., Семенов К.О.* Математическая модель деградации топливного слоя при нагревании лазерной мишени тепловым излучением в рабочей камере реактора // Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2009.

ON THE PROCESS OF COOLING OF A LASER TARGET WITH FORMATION OF A CRYOGENIC FUEL LAYER IN IT.

Semenov K.O.

Dorodnitsyn Computing Center of the Russian Academy of Sciences

Received 28.07.2018

The process of cooling of a laser target with a cryogenic fuel layer formed in it is considered. To determine the time of formation of a solid fuel layer, a mathematical model of the process of gaseous fuel desublimation is developed and a numerical solution of this problem is proposed. The problem is actual with regard to the range of problems related to processes of manufacturing of unsuspended spherical laser targets, which were developed in the laboratory of thermonuclear targets at the Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences.