

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ПЫЛЕВЫХ СТРУКТУР В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛАЗМЕ

О.В. Кравченко

*Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва*

ok@bmstu.ru

Поступила 11.07.2016

В работе представлены результаты численного моделирования динамики одиночных симметричных вихрей в предположении цилиндрической геометрии напряженности поля. Представлена оригинальная численная реализация модели Avinash, Battacharjee, Hu (ABH), а также обобщение модели на двумерный случай прямоугольной декартовой системы координат. Показана зависимость концентрации пылевой компоненты среды от начальной напряженности электрического поля.

УДК 533.9, 519.622, 519.63

## 1. Введение

Согласно [1], пылевая (dusty) или комплексная плазма (complex plasma) является ионизованным газом, в котором присутствуют заряженные частицы, размеры которых на несколько порядков больше размеров компонентов газа (электронов, ионов). В таких средах пылевые частицы могут взаимодействовать, образуя структуры различного типа, как жидкостные, так и кристаллические. Для технологических целей представляет интерес ситуация, когда в результате нелинейного взаимодействия могут динамически образовываться области в пространстве, свободные от пылевых частиц.

В последнее время опубликовано большое количество физических работ, посвященных изучению динамики пылевой плазмы [1]—[8] как теоретически, так и экспериментально. При этом исследований и работ, в которых проводится моделирование и описываются алгоритмы расчёта гораздо меньше. Впервые войды (пустоты или полости) в пылевой плазме были обнаружены в ходе эксперимента на борту Международной космической станции [1], а затем, и в лабораторных условиях [3], [4]. В лабораторных условиях обнаружены как войды с регулярной геометрией границы, так и нерегулярные [3]. Среди регулярных войдов можно провести следующую условную классификацию: симметричные одиночные войды и симметричные концентрические войды. Эволюцию появления одиночного симметричного войда из равновесного состояния описывает одномерная электро—гидродинамическая модель АВН (Avinash, Battacharjee, Hu) [5], в которой учитывается сила ионного притяжения как нелинейная функция скорости ионов. Модель АВН была обобщена на двумерный цилиндрический случай в [6]. Примеры расчётов одиночного симметричного войда и концентрического симметричного войдов представлены в [9] для фиксированного граничного условия напряжённости электрического поля. Вместе с тем, остаётся открытым вопрос о построении двумерной модели АВН в декартовой системе координат. Отметим также, что в работах [5], [6] не описан алгоритм расчёта модели АВН.

В данной статье представлены алгоритм и результаты численных расчетов динамики симметричного концентрического войда с использованием двумерной модели АВН в прямоугольной декартовой системе координат [10] в случае цилиндрической геометрии напряженности поля. Показано, что основным фактором, влияющим на формирование концентрического войда, является распределение напряженности электрического поля.

## 2. Математическая модель

Согласно [5] динамика образования пылевого войда описывается следующей системой нелинейных уравнений (модель АВН):

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 n_d}{\partial x^2}, \quad (2.1)$$

$$m \left( \frac{\partial}{\partial t} + v_d \frac{\partial}{\partial x} \right) v_d = -Ze + F_d - \nu_{dn} m_d v_d - \frac{T_d}{n_d} \frac{\partial n_d}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} = -eE, \quad (2.3)$$

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi e(n_i - n_e - n_d). \quad (2.4)$$

Уравнение (2.1) — уравнение неразрывности, (2.2) — закон сохранения импульса пылевой компоненты, (2.3) — закон сохранения импульса электронной компоненты в предположении отсутствия инерционных эффектов. Для определения влияния напряжённости поля на динамику заряженных частиц рассматривается закон Пуассона (2.4).

Здесь  $n_d, v_d$  — концентрация и скорость пылевой компоненты, а  $n_e, v_e$  — концентрация и скорость электронной компоненты,  $v_i$  — скорость ионной компоненты,  $E$  — напряжённость электрического поля. Остальные параметры модели (2.1)—(2.4) —

константы:  $-Ze$  — заряд пылевой частицы массой  $m_d$ , температуры  $T_d$ , параметр  $D$  — коэффициент диффузии пылевой компоненты. Слагаемое  $\nu_{dn}m_d v_d$  представляет силу трения пылевых частиц о нейтрально заряженные частицы, где  $\nu_{dn}$  — частота столкновений.

В одномерном случае в безразмерном виде модель АВН принимает вид

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 n_d}{\partial x^2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} + \frac{\tau_d}{n_d} \frac{\partial n_d}{\partial x} = F_d - E - \alpha_0 v_d, \quad (2.6)$$

$$F_d = \frac{aE}{b + |v_i|^3}, \quad v_i = \mu E, \quad (2.7)$$

$$\frac{dn_e}{dx} = -\frac{n_e E}{\tau_i}, \quad (2.8)$$

$$\frac{dE}{dx} = 1 - n_e - n_d. \quad (2.9)$$

В рамках модели АВН процесс формирования войда развивается из начальных условий, и далее обусловлен учетом силы ионного притяжения  $F_d$ , действующей на пылевые частицы. Теоретическое обоснование учета влияния силы ионного притяжения приведено в [7]. Для аппроксимации силы  $F_d$  в [5] предложен простой вариант выражения (2.7). Аппроксимирующее выражение для силы ионного притяжения в модели АВН устроено таким образом, что модуль силы  $F_d$  растёт от нуля при малых значениях  $v_i$ , и уменьшается при больших. Параметры  $a$  и  $b$  были подобраны из аппроксимации экспериментальных значений для модуля силы  $F_d$ , представленных в [8]. К установившемуся (насыщенному) состоянию войд приходит в результате самосогласованного нелинейного механизма взаимодействия заряженных частиц, динамика которых приводит к изменению напряженности электрического поля.

Система нелинейных уравнений (2.5)–(2.9) состоит из уравнений в частных производных (2.5), (2.6), которые являются гидродинамическими уравнениями, описывающими перенос плотности пылевой компоненты среды  $n_d$  с течением времени, и обыкновенных дифференциальных уравнений (2.8), (2.9). Они описывают влияние напряжённости электростатического поля  $E$  на динамику пылевой компоненты  $n_d$ , то есть являются электростатической частью модели АВН.

Отметим, что параметр  $D$  в [5] использовался как параметр искусственной вязкости для регулирования осцилляций в ходе вычислительного эксперимента. Предложенный в данной статье алгоритм свободен от этого ограничения, поэтому далее примем  $D = 0$ .

## 2.1. Анализ гидродинамической части модели

Выполним анализ гидродинамической части модели АВН в линейном приближении. Пусть  $\mathbf{u} = (n_d, v_d)^T$ . Уравнения (2.5), (2.6) представим в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{f}, \quad (2.10)$$

где

$$\mathbf{f} = \left( \begin{array}{c} 0 \\ \left( \frac{a}{b + |v_i|^3} - 1 \right) E - \alpha_0 v_d \end{array} \right).$$

Матрица системы  $\mathbf{A}$  имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} v_d & n_d \\ \tau_d/n_d & v_d \end{pmatrix}.$$

Собственные значения  $\lambda_{1,2}$  и матрица координат собственных векторов  $\mathbf{\Omega}$  матрицы  $\mathbf{A}$  равны

$$\lambda_1 = v_d + c_d, \quad \lambda_2 = v_d - c_d, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} \tau_d & n_d c_d \\ \tau_d & -n_d c_d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Omega}. \quad (2.12)$$

Здесь  $c_d = \sqrt{\tau_d}$  — аналог скорости звука пылевой компоненты. Из условия гиперболичности матрицы  $\mathbf{A}$  системы (2.10) необходимо, чтобы

$$\det \mathbf{\Omega} = -2\tau_d n_d c_d \neq 0.$$

Отсюда, получаем ограничение

$$n_d \neq 0, \quad 0 < \tau_d < \infty. \quad (2.13)$$

При невыполнении (2.13) система (2.10) перестаёт быть гиперболической. Правая часть системы (2.10) имеет вид  $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$  с матрицей Якоби

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial n_d} & \frac{\partial f_1}{\partial v_d} \\ \frac{\partial f_2}{\partial n_d} & \frac{\partial f_2}{\partial v_d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_0 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

При  $\alpha_0 \geq 0$  правая часть (2.14) ведёт к затуханию, а значит, система (2.14) устойчива по Ляпунову. Наоборот, при  $\alpha_0 < 0$  правая часть системы (2.14) неустойчива по Ляпунову, что приводит к росту и раскачке решения. Таким образом, получены ограничения на неизвестные величины и параметры гидродинамической части (2.5), (2.6) модели.

Домножая уравнение движения (2.5) на  $n_d$ , а уравнение неразрывности (2.6) на  $v_d$ , и складывая, получаем

$$n_d \frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial n_d}{\partial t} + n_d v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} + v_d \frac{\partial (n_d v_d)}{\partial x} + \tau_d \frac{\partial n_d}{\partial x} = n_d (F_d - E - \alpha_0 v_d).$$

Это уравнение совпадает по форме с газодинамическим баротропным уравнением неразрывности газа,

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2 + P(\rho))}{\partial x} = 0$$

и отличается наличием ненулевой правой части  $f_2$ . В рамках принятой аналогии,  $\rho = n_d$ ,  $P(\rho) = \tau_d \rho$  ( $\tau_d = \text{const}$ ). При этом, правая часть регулирует изменение импульса (2.6) пылевой компоненты.

## 2.2. Анализ электростатической части модели

Проведем анализ электростатической части модели АВН в линейном приближении. Систему обыкновенных дифференциальных уравнений (2.8), (2.9) запишем в векторном виде:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dx} = \mathbf{g}(\mathbf{w}), \quad \mathbf{g}(\mathbf{w}) = \begin{pmatrix} -\frac{n_e E}{\tau_i} \\ 1 - n_d - n_e \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

здесь  $\mathbf{w} = (n_e, E)^T$ . Рассмотрим матрицу Якоби системы (2.15)

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{w}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial n_e} & \frac{\partial g_1}{\partial E} \\ \frac{\partial g_2}{\partial n_e} & \frac{\partial g_2}{\partial E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -E/\tau_i & -n_e/\tau_i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Спектр матрицы  $\mathbf{D}$  находим из решения уравнения  $\det(\mathbf{D} - \varepsilon \mathbf{I}) = 0$

$$\begin{vmatrix} -E/\tau_i - \varepsilon & -n_e/\tau_i \\ -1 & -\varepsilon \end{vmatrix} = 0, \quad \varepsilon^2 + \frac{E}{\tau_i} \varepsilon + \frac{n_e}{\tau_i} = 0, \quad (2.17)$$

$$\tau_i \varepsilon^2 + E \varepsilon + n_e = 0, \quad \varepsilon_{1,2} = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4n_e \tau_i}}{2\tau_i}. \quad (2.18)$$

При  $E^2 - 4n_e \tau_i < 0$ , значения  $\varepsilon$  могут быть комплексно-сопряжёнными. Обозначим  $r = E/(2\tau_i)$ , и  $\beta = n_e/\tau_i$ , тогда  $\varepsilon_{1,2} = -r \pm \sqrt{r^2 - \beta}$  и  $E^2 - 4n_e \tau_i = r^2 - \beta$ . Поэтому, при  $r^2 - \beta < 0$  появляются 2 комплексных корня. Таким образом, при  $r \gg 1$  система (2.16) становится жёсткой, и её необходимо решать специальными методами. Если  $|\text{Im} \varepsilon_{1,2}| \ll 1$ , то имеем быстроосциллирующую систему, для решения которых применяют методы осреднения. Нас будет интересовать случай, когда  $|\varepsilon_{1,2}| \sim 1$ . Кроме того, примем ограничение  $n_d(x, t) \leq 1$ , так как  $1 - n_e - n_d \geq 0$ .

## 3. Алгоритм расчёта

### 3.1. Одномерный алгоритм расчёта

Перейдём в (2.5), (2.6) от характеристической формы записи системы (2.10) к дивергентной

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{u})}{\partial x} = \mathbf{f}, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} n_d \\ v_d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} n_d v_d \\ 0.5 v_d^2 + \tau_d \ln n_d \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Будем рассматривать прямоугольную область интегрирования

$$0 \leq x \leq X, 0 \leq t \leq T.$$

Согласно ограничению (2.13), примем в качестве начального условия для пылевой компоненты положительную функцию  $n_d(x, 0) = n_{d,0}(x) > 0$ . На скорость пылевой компоненты  $v_d(x, 0)$  ограничений не накладывается, поэтому, в качестве начального условия можно выбрать произвольную функцию, в том числе  $v_d(x, 0) \equiv 0$ .

Система уравнений (2.5)–(2.9) является самосогласованной, то есть динамика пылевой компоненты влияет на распределение напряжённости электрического поля. В свою очередь, напряжённость электрического поля влияет на динамику пылевых частиц. Таким образом, для расчёта (3.2), (2.15) естественно предложить следующий итерационный алгоритм:

1. Интегрируем уравнения с помощью схемы Лакса–Фридрихса на временном шаге интегрирования  $t^n$ , находим значения вектора  $\mathbf{u}^n = (n_d^n, v_d^n)^T$ .
2. Решаем задачу Коши для системы, находим значения вектора  $\mathbf{w} = (n_e, E)^T$ .
3. Пересчитываем значения вектора  $\mathbf{u}$  на новом временном шаге  $\mathbf{u}^{n+1} = (n_d^{n+1}, v_d^{n+1})^T$ , снова интегрируя уравнения по найденному вектору  $\mathbf{w}$ .

### 3.2. Обобщение модели АВН на двумерный случай

Рассмотрим обобщение (2.5)–(2.9) на случай двумерной прямоугольной декартовой системы координат  $xOy$ . В данном случае скалярные функции

$$n_d = n_d(x, y, t), \quad n_e = n_e(x, y),$$

а векторные функции

$$\mathbf{v}_i = (v_{i,x}(x, y), v_{i,y}(x, y)), \quad \mathbf{v}_d = (v_{d,x}(x, y, t), v_{d,y}(x, y, t)), \quad \mathbf{E} = (E_x(x, y), E_y(x, y)).$$

Уравнения (2.5), (2.6) примут следующий вид:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_{d,x})}{\partial x} + \frac{\partial(n_d v_{d,y})}{\partial y} = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial v_{d,x}}{\partial t} + \frac{\partial(0.5v_{d,x}^2)}{\partial x} + \frac{\partial(v_{d,x}v_{d,y})}{\partial y} + \frac{\tau_d}{n_d} \frac{\partial n_d}{\partial x} = \left( \frac{a}{b + |\mathbf{v}_i|^3} - 1 \right) E_x - \alpha_0 v_{d,x}, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial v_{d,y}}{\partial t} + \frac{\partial v_{d,x}v_{d,y}}{\partial x} + \frac{\partial(0.5v_{d,y}^2)}{\partial y} + \frac{\tau_d}{n_d} \frac{\partial n_d}{\partial y} = \left( \frac{a}{b + |\mathbf{v}_i|^3} - 1 \right) E_y - \alpha_0 v_{d,y}. \quad (3.5)$$

Соответственно, уравнения (2.8), (2.9) примут вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial x} = -\frac{n_e E_x}{\tau_i}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial y} = -\frac{n_e E_y}{\tau_i}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 1 - n_d - n_e. \quad (3.8)$$

Запишем систему нелинейных уравнений в частных производных (3.3)–(3.5) в векторном виде

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_y}{\partial y} = \mathbf{f}. \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial (n_d v_{d,x})}{\partial x} + \frac{\partial (n_d v_{d,y})}{\partial y} = 0. \quad (3.10)$$

Здесь

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} n_d \\ v_{d,x} \\ v_{d,y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_x = \begin{pmatrix} n_d v_{d,x} \\ v_{d,x}^2/2 + \tau_d \ln n_d \\ v_{d,y} v_{d,x} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_y = \begin{pmatrix} n_d v_{d,y} \\ v_{d,x} v_{d,y} \\ v_{d,y}^2/2 + \tau_d \ln n_d \end{pmatrix}$$

и

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ \left( \frac{a}{b + |\mathbf{v}_i|^3} - 1 \right) E_x - \alpha_0 v_{d,x} \\ \left( \frac{a}{b + |\mathbf{v}_i|^3} - 1 \right) E_y - \alpha_0 v_{d,y} \end{pmatrix}.$$

Система (3.6)–(3.9) может быть записана компактно, в операторном виде

$$\nabla n_e = -\frac{n_e \mathbf{E}}{\tau_i}, \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 1 - n_d - n_e. \quad (3.12)$$

### 3.3. Двумерный алгоритм расчёта

Обобщим алгоритм расчёта на двумерный случай:

1. На временном шаге интегрирования  $t^n$  решаем (3.9), с помощью разделения по пространственным координатам, находим значения вектора  $\mathbf{u}^n$ .
2. Решаем задачу Коши для системы (3.11), (3.12), находим значения  $n_e$ ,  $\mathbf{E}$ .
3. Повторяем пункт 1, учитывая значения  $n_e$ ,  $\mathbf{E}$  из пункта 2, находим значения вектора  $\mathbf{u}^{n+1}$  на новом  $n + 1$  шаге интегрирования по времени  $t^{n+1}$ .

## 4. Вычислительный эксперимент

Для моделирования динамики образования пылевого войда принимались следующие параметры модели:

$$\tau_i = 0.125, \quad \tau_d = 0.001, \quad a = 7.5, \quad b = 1.6, \quad \alpha_0 = 2, \quad \mu = 1.5.$$

В качестве расчётной области был рассмотрен отрезок  $[0, X]$  в одномерном случае, и квадрат  $[0, X] \times [0, X]$  в двумерном. Расчёт по времени проводился до фиксированного значения  $T$ . К параметрам вычислительного эксперимента относились следующие: количество узлов  $nx$  пространственной сетки, число Куранта–Фридрихса–Леви  $\sigma$ , через которое выражался пространственный шаг по времени, а также начальное

значение напряжённости электрического поля  $E(0) = E_0$ . Для гиперболической части модели (2.10) рассматривались граничные условия вида

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \Big|_{x=X} = 0.$$

Для сходимости предложенного алгоритма (3) был проведён расчёт эволюции войда в одномерном случае при соответствующих значениях параметров расчёта

$$X = 6, h = X/(nx - 1), \sigma = 0.35, \tau = \sigma h, E_0 = 4 \cdot 10^{-3},$$

и начальных условиях

$$n_d(x, 0) = 0.001, v_d(x, 0) = 0, n_e(0) = 0.999.$$

При этом, варьировалось количество узлов пространственной сетки  $nx$  и фиксированные значения  $T$ , так, чтобы расчёт с количеством узлов сетки  $nx = 128$  проводился до значения  $T = 60$ , а с количеством узлов  $nx = 512$  до  $T = 170$ , соответственно, следующие:

$$T = 60, 120, 170, nx = 128, 256, 512.$$

Результаты расчёта по алгоритму из п. 3.1 представлены на рис. 4.1 а, б. Отметим, что полученные результаты расчёта согласуются с результатами численного моделирования, приведёнными в работе [5]. Покажем влияние распределения напряжённости поля на распределение концентрации пылевой компоненты  $n_d$ . Для этого будем изменять начальное условие для напряжённости поля в диапазоне  $E_0 = (4 \cdot 10^{-6}, 4 \cdot 10^{-4}, 4 \cdot 10^{-3})$ , а остальные значения параметров модели и расчёта оставим прежними. При увеличении начального значения  $E_0$  происходит сдвиг границы пылевого войда от его центра к её левой границе расчётной области  $x = 0$ . Двумерные радиально-симметричные распределения пылевой компоненты  $n_d(x, y)$  показаны на рис. 4.2 а, в, г. Они соответствуют распределениям напряжённости электрического поля  $E$ , которые представлены на рис. 4.2 б, д, е.

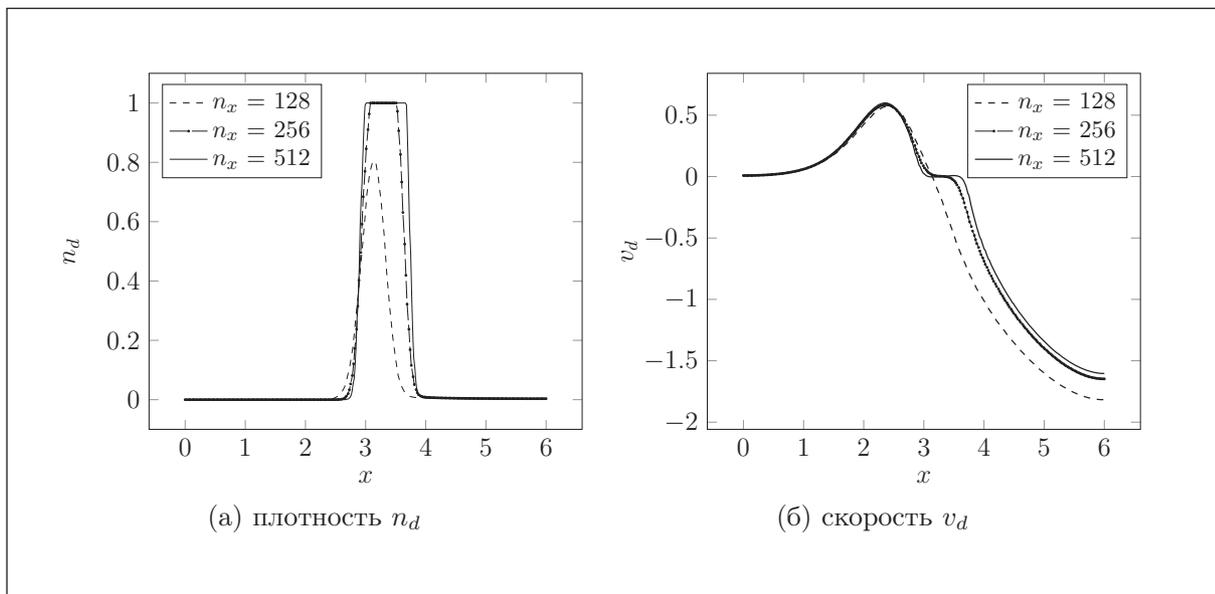


Рис. 1: Численный расчёт динамики пылевой компоненты: а) концентрации плотности  $n_d$  и б) скорости  $v_d$

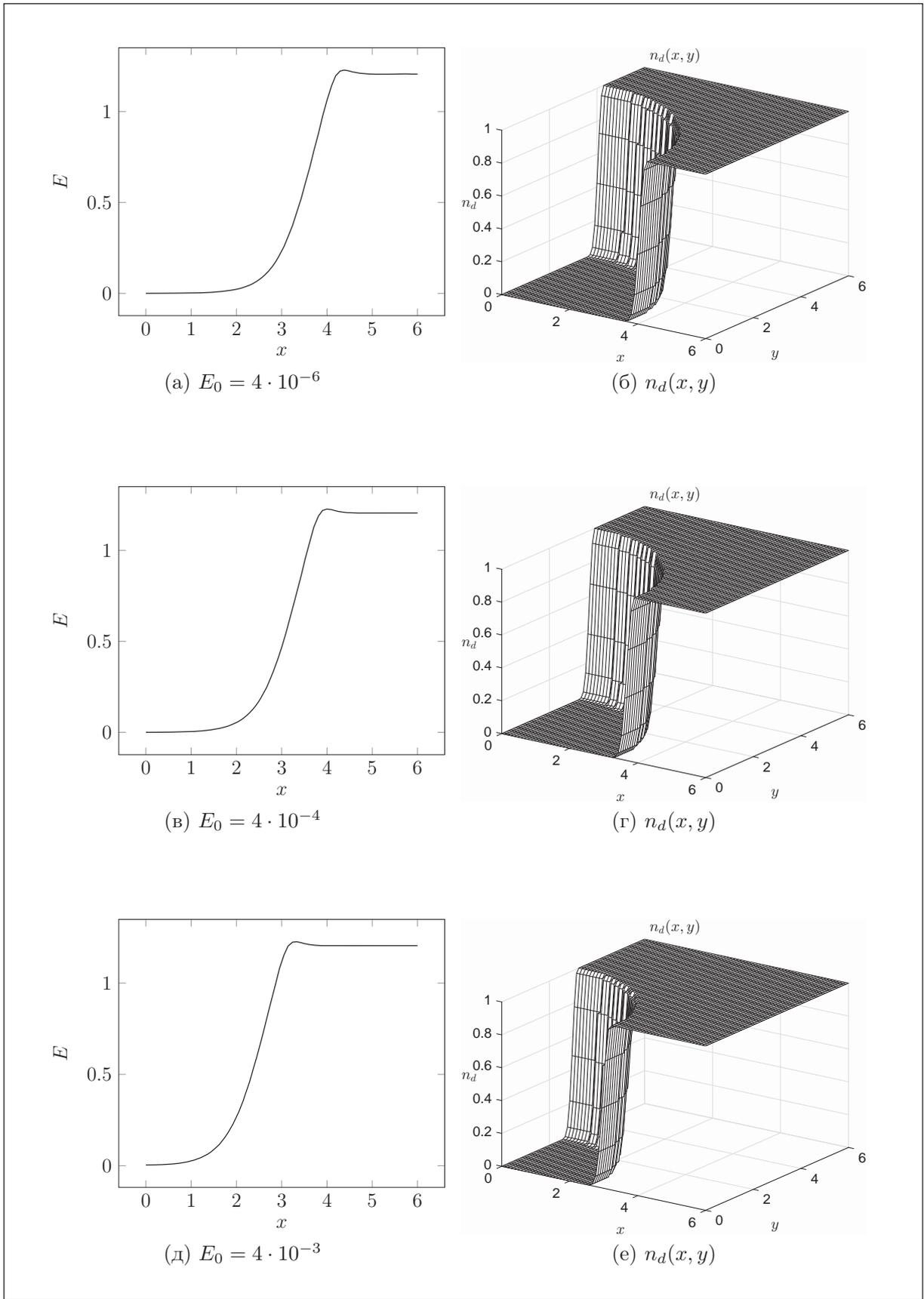


Рис. 2: Численный расчёт динамики пылевой компоненты: б), г), е) в зависимости от начального значения напряжённости электрического поля а)  $E_0 = 4 \cdot 10^{-6}$ , в)  $E_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ , г)  $E_0 = 4 \cdot 10^{-3}$

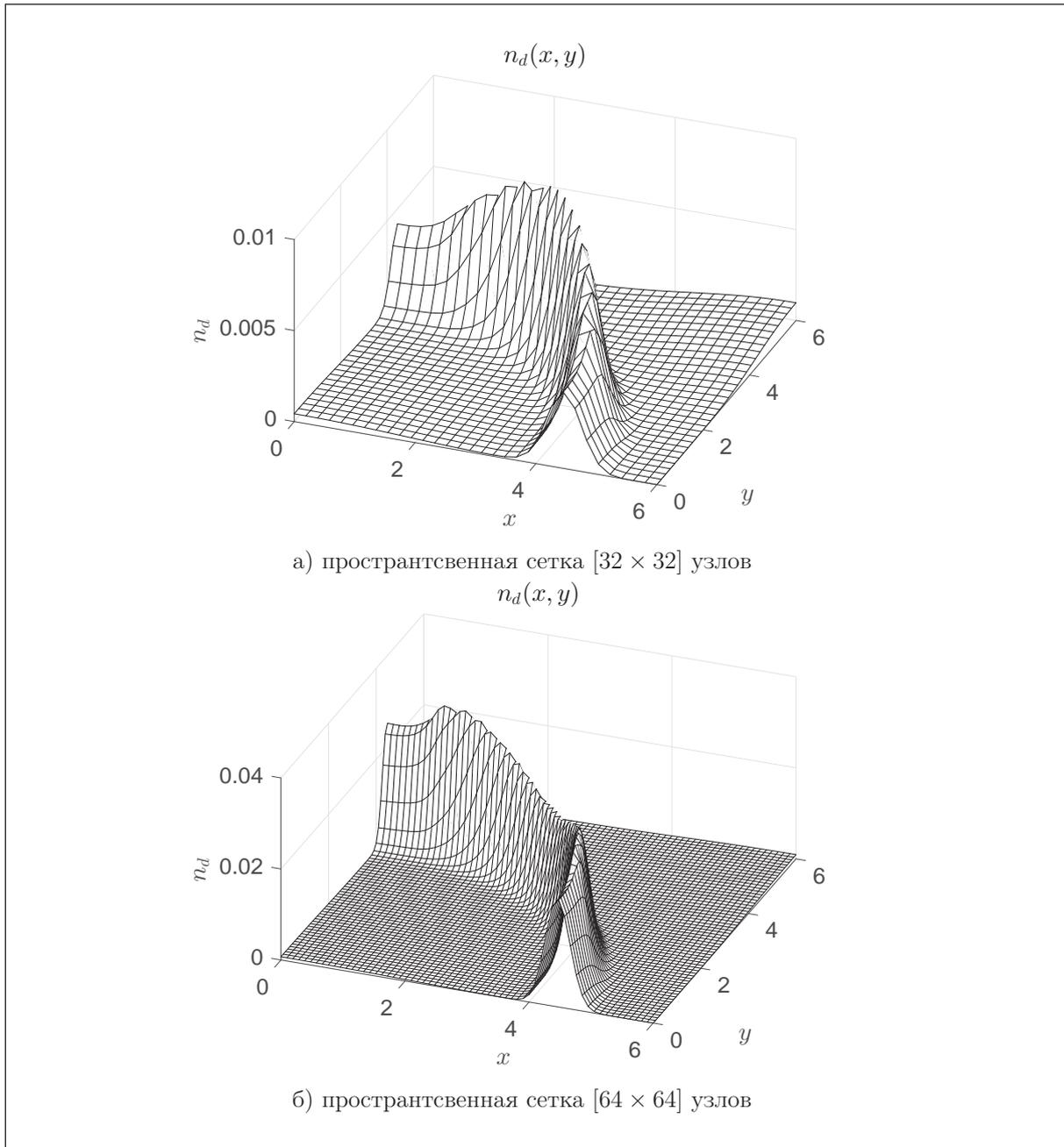


Рис. 3: Численный расчёт динамики концентрации плотности пылевой компоненты  $n_d$  в двумерном случае при начальном условии  $E_0 = 4 \cdot 10^{-6}$ : а)  $[32 \times 32]$  узлов, б)  $[64 \times 64]$  узлов

Расчёт динамики образования пылевого войда в двумерном случае по алгоритму из п. 3.3 будем проводить при начальном условии  $E_0 = 4 \cdot 10^{-6}$  для напряженности электрического поля, а также, при параметрах расчёта  $\sigma = 0.7$  и  $T = 120$ . При этом, двумерное распределение  $E(x, y)$  будем задавать как поверхность вращения из одномерного распределения  $E(x)$  поворотом вокруг оси  $Oz$ , перпендикулярной плоскости  $xOy$ . Двумерные распределения плотности концентрации пылевой компоненты  $n_d$  представлены на рис.4.3 а, б. Реализация алгоритма расчёта в среде программирования MATLAB представлена в [11].

## 5. Заключение

Рассмотрена задача о численном моделировании эволюции пылевого войда, динамика которого описывалась моделью АВН. Предложена оригинальная численная реализация модели, а также, разработан программный комплекс в среде программирования MATLAB.

Для исследования двумерного случая предложен алгоритм интегрирования методом расщепления по физическим процессам. Показана сеточная сходимость методов, динамика войда при изменении начальной напряженности электрического поля и представлены результаты по динамике двумерного радиально—симметричного войда.

Автор приносит благодарность своему научному руководителю академику РАН В.И. Пустовойту за ценные замечания, высказанные в ходе обсуждения результатов работы.

## Список литературы

- [1] *Фортков В.Е., Морфилл Г.Е.* Комплексная и пылевая плазма: из лаборатории в космос // М.:Физматлит, 2012, 444 стр.
- [2] *Фортков В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф.* Пылевая плазма // УФН, 2004, **174**, с. 495–544.
- [3] *Feng H., Mao-Fu Y., Long W., Nan. J.* Voids in Experimental Dusty Plasma // Chin. Phys. Lett., 2004, **21** (1), pp. 121–124.
- [4] *Sarkar S., Mondal M., Bose M. and Mukherjee. S.* Observation of external control and formation of a void in cogenerated dusty plasma // Plasma Sources Sci. Technol., 2015, **24** (3), pp. 1–7.
- [5] *Avinash K., Bhattacharjee A., and Hu S.,* Nonlinear Theory of Void Formation in Colloidal Plasmas // Phys. Rev. Lett., 2003, **90** (7), pp. 1–4.
- [6] *Ng C.S., Bhattacharjee A., Hu S., Ma Z.W., Avinash K.* Generalizations of a nonlinear fluid model for void formation in dusty plasmas // Plasma Phys. Control. Fusion, 2007, **49**, pp. 1583–1597.
- [7] *D'Angelo N.* Dusty plasma ionization instability with ion drag // Phys. Plasmas, 1998, **5**, pp. 3155–3160.
- [8] *Morfill G. E., Thomas H. M., Konopka U., Rothermel H., Zuzic M., Ivlev A., and Goree J.* Condensed Plasmas under Microgravity // Phys. Rev. Lett. 1999, **83** (8), pp. 1598–1601.

- [9] *Kravchenko O.V., Pustovoit V.I.* Numerical Simulation of Dynamics of Concentric Dusty–Plasma Structures // Proc. 15th International Workshop on Magneto–Plasma Aerodynamics, (2016, JIHT RAS, Moscow, Russia), Edt. by V.A. Bityuring, pp. 153–155.
- [10] *Kravchenko O.V., Pustovoit V.I.* Numerical algorithm of 3D dusty void model formation // 7th International Conference on Physics of Dusty Plasmas (March 2014, New Delhi, India).
- [11] ABHPack, GitHub repository  
<https://github.com/olekravchenko/ABH/>

## **SIMULATION OF SPATIALLY LOCALIZED DUSTY PLASMA STRUCTURES IN COMPLEX PLASMA**

O.V. Kravchenko

*STC UI RAS, BMST, IRE RAS*

ok@ntcup.ru

Received 11.07.2016

Results of numerical simulation of a single void dynamic under cylindrical electric field attendance are presented. An original numerical algorithm of Avinash, Battacharjee, Hu (ABH) model simulation is introduced as introduced its generalization on two dimensional cartesian case. A dependence of dusty plasma density on initial electric field is shown.