НАБЛЮДЕНИЕ КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИН

И.А. Боголюбов

Московский государственный университет геодезии и картографии

bogol007@mail.ru

Поступила 23.09.2012

В одной из своих публикаций Майкл Берри описал "очень простую демонстрацию" биаксиальной оптической анизотропии. Нам удалось добиться еще большего упрощения, сведя подобный эксперимент до "бытового" уровня.

УДК 535.5

В одной из своих статей Майкл с соавторами описал очень простой эксперимент, позволяющий продемонстрировать эффект биаксиальной оптической анизотропии. Оказалось, что вместо традиционных кристаллов в качестве двухосной оптической среды можно использовать прозрачную пленку для проекторов [1]. Эта пленка вставлялась между двумя поляризационными пленками с взаимно перпендикулярными направлениями пропускания, образуя так называемый оптический сэндвич. Замечательную интерференционную картину можно было наблюдать, либо глядя через сэндвич на диффузный источник, например на небо, либо проецируя пучок света от яркого маленького источника света, прошедший через сэндвич, на экран.

Здесь мы опишем некоторое видоизменение этого эксперимента, возможно, делающее его более доступным. Предлагается заменить источник света и первый поляризатор жидкокристаллическим монитором. Дело в том, что в мониторе есть свой встроенный поляризатор, через который проходит свет, выходящий из монитора. В качестве второго поляризатора можно использовать обычный поляризационный фильтр для фотоаппарата и роль экрана отвести дисплею самого цифрового фотоаппарата. Наконец, сама прозрачная пленка размещается между монитором и поляризационным фильтром, как на (рис. 1).

Результат одного из таких экспериментов представлен на рис. 2. Наблюдается красочная интерференционная картина, так называемая *коноскопическая картина*. Итак, использование обычных бытовых приборов и атрибутов позволяет получать яркие интерференционные картины. Дополнительное преимущество этого эксперимента заключается в том, что эта интерференционная картина может быть мгновенно зафиксирована в виде цифровой фотографии. Предложенная схема чрезвычайно проста и допускает возможность различных стандартных манипуляций. Можно вращать друг относительно друга прозрачную пленку и поляризационный фильтр, можно посмотреть, что происходит при наложении друг на друга нескольких пленок с разными поворотами и так далее. Не обязательно быть привязанным к плоскости монитора, можно взять пленку в руки и, скажем, наклонить ее. На рис. 3 фотография пластинки слюды, расположенной под углом к плоскости монитора. Слюда тоже является биаксиальной анизотропной средой. Виден фрагмент интерференционной картины, называемый *бычьим глазом*. На предыдущем рис. 2 видны два таких бычьих глаза.

На этом мы закончим с экспериментальной частью. Добавим теперь несколько слов о механизме образования полученных интерференционных картин. Наши дальнейшие обозначения близки к тем, что используются в [1, 2]. Начнем с уравнений Максвелла для однородного незаряженного диэлектрика с магнитной проницаемостью $\mu = 1$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\,\dot{\mathbf{D}}, \qquad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\,\dot{\mathbf{H}}.$$

Временнýю зависимость для плоской волны выберем в виде $e^{-i\omega t}$, т. е.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}, \qquad \mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}.$$

Подставляя это в уравнения Максвелла, для плоской волны получаем

$$c\mathbf{k}\times\mathbf{E} = \omega\mathbf{H}, \qquad c\mathbf{k}\times\mathbf{H} = -\omega\mathbf{D},$$

здесь индекс 0 опущен. Вводя единичный вектор волновой нормали $\mathbf{s} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, после исключения $\mathbf{H}$ с учетом $|\mathbf{k}| = \omega n/c$ получаем

$$-\mathbf{s}\times(\mathbf{s}\times\mathbf{E}) = \frac{1}{n^2}\mathbf{D}.$$

В анизотропной среде имеем $\mathbf{D} = \mathbf{n}^2\mathbf{E}$, где $\mathbf{n}^2$ симметричный тензор диэлектрической проницаемости. Эта связь позволяет переписать предыдущее уравнение в виде

Рис. 1. Схема эксперимента

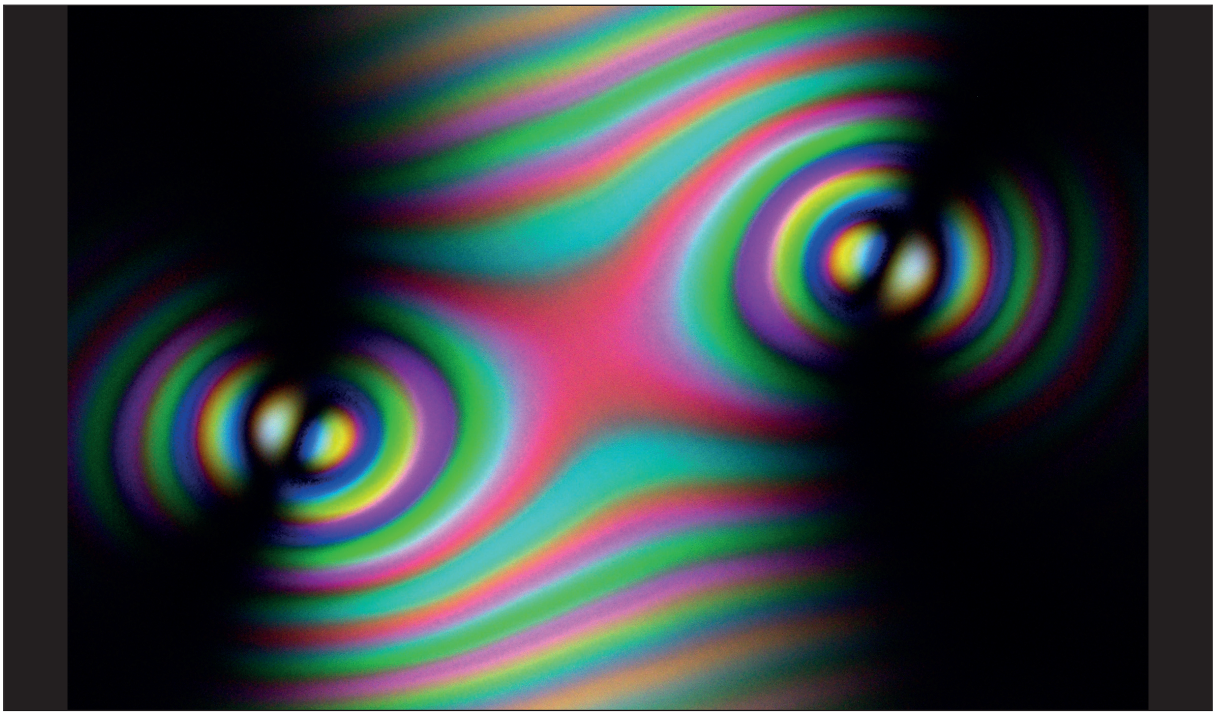

Рис. 2. Коноскопическая интерференционная картина

$$-\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times (\mathbf{n}^{-2}\mathbf{D})) = \frac{1}{n^2}\mathbf{D}.$$

Таким образом, для каждого направления вектора единичной нормали мы получаем уравнение на собственные векторы и собственные значения. При этом собственные значения $1/n^2(\mathbf{s})$ определяют возможные фазовые скорости $v(\mathbf{s}) = c/n(\mathbf{s})$ распространения плоской волны в направлении $\mathbf{s}$, а соответствующие собственные векторы $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{s})$ — поляризацию этой волны.

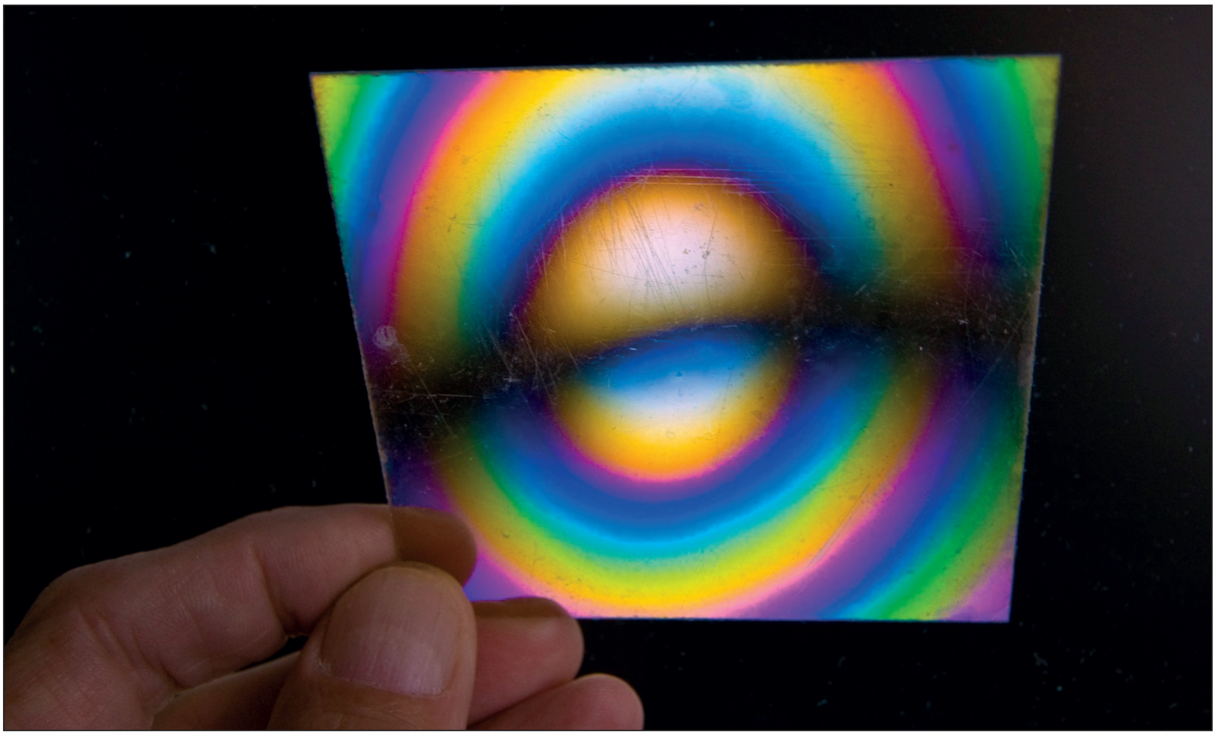

Рис. 3. Наклоненная пластинка слюды перед монитором

Начнем с того, что оператор

$$-\mathbf{s}\times(\mathbf{s}\times(\mathbf{n}^{-2}\boldsymbol{.}))$$

имеет очевидный собственный вектор $\mathbf{n}^2\mathbf{s}$ с собственным значением 0, и этот вектор нас не интересует. Кроме того, образ этого оператора перпендикулярен вектору $\mathbf{s}$, так что можно считать, что образом является касательное пространство к единичной сфере в точке $\mathbf{s}$.

Для вычисления собственных векторов и собственных значений перейдем в систему координат, заданную главными осями тензора, где

$$\mathbf{n}^2 = \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix},$$

считая главные показатели преломления идущими в порядке возрастания

$$n_x < n_y < n_z.$$

Отметим здесь, что для прозрачной пленки, с которой мы экспериментировали, главные оси x и y лежат в плоскости пленки, а ось z перпендикулярна ей.

Пусть M — матрица оператора $-\mathbf{s}\times(\mathbf{s}\times(\mathbf{n}^{-2}\boldsymbol{.}))$, ограниченного на его инвариантное пространство — касательное пространство к единичной сфере в точке $\mathbf{s}$ с базисом $\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$. Введем обозначения

$$a = n_x^{-2} - n_y^{-2}, \quad b = n_z^{-2} - n_y^{-2}.$$

В этих обозначениях

$$M = \begin{pmatrix} a\cos^2\varphi\cos^2\theta + b\sin^2\theta + n_y^{-2} & -a\cos\varphi\cos\theta\sin\varphi \\ -a\cos\varphi\cos\theta\sin\varphi & a\sin^2\varphi + n_y^{-2} \end{pmatrix}.$$

Эта матрица симметрическая, у нее вещественные собственные значения и ортогональные собственные векторы.

Если матрица $M = M(\mathbf{s})$ имеет два различных собственных значения, то вдоль этого направления $\mathbf{s}$ могут распространяться плоские волны с только двумя возможными направлениями поляризации. Если же собственные значения $M(\mathbf{s})$ равны между собой, то собственные векторы — это все векторы, перпендикулярные $\mathbf{s}$, то есть все векторы, касательные к единичной сфере в точке $\mathbf{s}$. Вдоль таких направлений $\mathbf{s}$ могут распространять плоские волны с произвольной поперечной поляризацией. Эти направления называются *оптическими осями* анизотропной среды. Оказывается, что в нашем случае имеются две оптические оси и их направления фиксируются единичными векторами

$$\mathbf{s}_{1,2} = \left(\pm\sqrt{\frac{a}{a-b}}, 0, \sqrt{\frac{b}{b-a}}\right).$$

Что касается коноскопической картины (рис. 2), то там интерферируют две плоские волны с одинаковой частотой ω , вышедшие в одном направлении $\mathbf{s}$ и имеющие одинаковую поляризацию, предписанную им поляризационным фильтром. Направлениям оптических осей $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$, вдоль которых могут распространяться не две волны, а бесконечное число волн, на интерференционной картине соответствуют две особые точки — центры бычьих глаз. Прямая, проходящая через эту пару точек, как раз фиксирует направление главной оси x. Дальнейшие подробности и вывод формул, необходимых для построения интерференционной картины, содержатся в [1, 2].

Литература

1. *M. Berry, R. Bhandary, S. Kline*. Black plastic sandwiches demonstrating biaxial optical anisotropy // Eur. J. Phys., 20, 1999, pp. 1-14
2. *М. Борн, Е. Вольф*. Основы оптики // М.: Наука, Физматлит, 1973, 792 стр.

AN OBSERVATION OF CONOSCOPIC FIGURES

I.A. Bogolyubov

Moscow state university of geodesy and cartography,
Department of optical-information systems and technologies

bogol007@mail.ru

Received 23.09.2012

In one of his publications Michael Berry described “an extremely simple demonstration” of the double refraction. We were able to achieve further simplification by bringing this experiment to the “everyday” level