СИЛЬНОКОРРЕЛИРОВАННЫЕ ФЕРМИ-СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ (Часть II)

В.Р. Шагинян*, К.Г. Попов**

*Петербургский институт ядерной физики, РАН, Гатчина **Коми научный центр, УрО, РАН, Сыктывкар vrshag@thd.pnpi.spb.ru, kpopov@dm.komisc.ru

Поступила 21.11.10

Сильнокоррелированные ферми-системы хорошо изучены экспериментально, однако лишь недавно получили адекватное теоретическое описание. В данном обзоре обсуждается теория ферми-конденсатного квантового фазового перехода (ФККФП) и анализ с ее помощью явлений, наблюдаемых в таких сильнокоррелированных ферми-системах, как металлы с тяжелыми фермионами и двухмерные ферми-жидкости. Показано, что не-ферми жидкостное и скейлинговое поведение металлов с тяжелыми фермионами может быть описано в рамках теории ФККФП и расширенной парадигмы квазичастиц, которую поддерживает рассматриваемая теория. В противоположность парадигме Ландау, утверждающей, что эффективная масса квазичастиц является постоянной величиной, эффективная масса новых квазичастиц сильно зависит от температуры, магнитного поля, давления и других параметров. Анализируя экспериментальные данные для сильнокоррелированных ферми-систем с различной микроскопической природой, мы обнаружили, что они демонстрируют одинаковое не-ферми жидкостное поведение. Результаты нашего анализа металлов с тяжелыми фермионами и 2D ферми-систем соответствует результатам экспериментов, а расчеты переходных режимов, энергетических шкал, термодинамических, релаксационных и транспортных свойств сильнокоррелированных систем находятся в хорошем согласии с данными экспериментов.

УДК 538.94

1. Введение

В первой части настоящего обзора (НМФМ, 2010, т. 3 (1), 5-92) была изложена теория Ферми конденсатного квантового фазового перехода (ФККФП) и некоторые ее приложения к описанию сильнокоррелированных ферми-систем (СКФС), таких как металлы с тяжелыми фермионами (ТФ), высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) и двухмерные (2D) ферми-жидкости. СКФС демонстрируют аномальное поведение и необычные степенные законы температурной зависимости термодинамических характеристик при малых температурах. В первой части

на примере металлов с ТФ было рассмотрено поведение СКФС в режиме высококоррелированной ферми-жидкости. Вторая часть обзора посвящена изучению свойств СКФС в режиме сильнокоррелированной ферми-жидкости. К ним относятся: квантовая критичность в 2D ${}^{3}He$, изломы термодинамических функций, поведение металлов с ТФ вблизи метамагнитных фазовых переходов, асимметрия проводимости в ТФ металлах и ВТСП, влияние ФККФП на фазовые переходы, топологические фазовые переходы, связанные с ФККФП. Как мы увидим, концепция ФККФП и расширенная парадигма квазичастиц дает надежное описание НФЖ поведения сильнокоррелированных ферми-систем, хорошо согласующееся с результатами экспериментов.

2. Металлы с сильнокоррелированной электронной жидкостью

При $T \ll T_f$ функция $n_0(p)$, получаемая из уравнения

$$\frac{\delta E(n(\boldsymbol{p}))}{\delta n(\boldsymbol{p}, T=0)} = \varepsilon(\boldsymbol{p}) = \mu; p_i \le p \le p_f, \tag{1}$$

определяет энтропию $S_{\rm NFL}(T)$, задаваемую выражением

$$S[n(p,T)] = -2 \int [n(p,T) \ln(n(p,T)) + (1 - n(p,T))] \times \ln(1 - n(p,T))] \frac{dp}{(2\pi)^3},$$
(2)

ТФ жидкости, находящейся над квантовой критической линией. Из уравнений (2) и

$$S_{NFL}(T \to 0) \to S_0. \tag{3}$$

следует, что энтропия содержит не зависящее от температуры слагаемое

$$S_0 \sim \frac{p_f - p_i}{p_F} \sim |r|, \tag{4}$$

где $r = (x - x_{FC}) / x_{FC}$. Другой специфический вклад в энтропию связан со спектром $\varepsilon(p)$, который обеспечивает связь между бездисперсионной областью $(p_f - p_i)$, занятой фермионным конденсатом, и нормальными квазичастицами, расположенными при $p < p_i$ и $p > p_f$. Этот спектр имеет форму $\varepsilon(p) \propto (p - p_f)^2 \sim (p_i - p)^2$. Такая форма спектра подтверждается в точно решаемых моделях для систем с фермионным конденсатом и приводит к вкладу в теплоемкость $C \sim \sqrt{T/T_f}$ [1]. Таким образом, при $0 < T \ll T_f$ энтропия может быть аппроксимирована функцией [2]

$$S_{NFL}(T) \simeq S_0 + a \sqrt{\frac{T}{T_f}} + b \frac{T}{T_f}, \qquad (5)$$

где *а* и *b* – константы. Третье слагаемое в правой части уравнения (5) возникает вследствие вклада независимой от температуры части спектра $\varepsilon(p)$ и дает относительно малую добавку в энтропию. Как мы увидим, независящее от температуры слагаемое S_0 определяет универсальные термодинамические и транспортные свойства тяжелой электронной жидкости с ФК, которую мы будем называть сильнокоррелированной ферми-жидкостью. Свойства этой жидкости кардинально отличаются от свойств высококоррелированной жидкости, которая при $T \rightarrow 0$ становится ЛФЖ. В результате мы можем рассматривать ФККФП как фазовый переход, который разделяет высококоррелированную и сильнокоррелированную ферми-жидкости. Поскольку высококоррелированная жидкость при $T \rightarrow 0$ имеет поведение ферми-жидкости Ландау, то ККТ ФККФП отделяет ферми-жидкость Ландау от сильнокоррелированной ферми-жидкость свойства обеих жидкостей становятся неразличимыми. Поэтому, как будет показано ниже, обе системы могут быть разделены при малых температурах, когда влияние как ККТ, так и квантовой критической линии на свойства системы становится более ощутимым.



Рис. 1. Энтропия S(T) как функция температуры. Сплошные линии представляют аппроксимацию вычисленных значений S(T), основанную на уравнении (5), геометрическими фигурами обозначены результаты вычислений, основанных на уравнении (6).

На рис. 1 показана температурная зависимость S(T), вычисленная на основе модельного функционала

$$E[n(\mathbf{p})] = \int \frac{\mathbf{p}^2}{2M} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} + \frac{1}{2} \int V(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \\ \times n(\mathbf{p}_1) n(\mathbf{p}_2) \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^6}.$$
(6)

Вычисления были выполнены для g = 7,8,12 и $\beta = b_c = 3$. Напомним, что критическая величина $g = g_c = 6.7167$. Из рис. 1 видно, что в соответствии с выражением (4) S_0 увеличивается по мере удаления системы от ККТ вдоль квантовой критической линии. Очевидно, что слагаемое S_0 в правой части уравнения (5), которое не зависит о температуры, не дает вклада в теплоемкость. Однако корневое слагаемое в (5) вносит вклад в теплоемкость и определяет ее аномальное поведение $C(T) \propto \sqrt{T}$, как это подтверждается нашими вычислениями.

2.1. Энтропия, линейное расширение и закон Грюнайзена

Необычная зависимость энтропии от температуры сильнокоррелированной электронной жидкости, заданная соотношением (5), определяет ее особое поведение. Существование не зависящего от температуры члена S_0 может быть проиллюстрировано вычислением коэффициента теплового расширения $\alpha(T)$ [2, 3], который дается выражением [4]

$$\alpha(T) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial(\log V)}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{3V} \left(\frac{\partial(S/x)}{\partial P} \right)_T, \tag{7}$$

здесь P – давление, V – объем. Отметим, что сжимаемость $K = d\mu/d(Vx)$ не имеет сингулярности при ФККФП и в системах с фермионным конденсатом приблизительно постоянна [5]. Подставляя уравнение (5) в (7), находим, что [2, 3]

$$\frac{\alpha_{FC}(T)}{T} \simeq \frac{a_0}{T} \sim \frac{M_{FC}}{p_F^2 K},\tag{8}$$

где $a_0 \sim \partial S_0 / \partial P$ – величина, не зависящая от температуры. При вычислении выражения (8) был удержан только главный вклад, связанный с S_0 . Учтем, что теплоемкость имеет вид

$$C(T) = T \frac{\partial S(T)}{\partial T} \simeq \frac{a}{2} \sqrt{\frac{T}{T_f}},$$
(9)

В результате, из (8) и (9) видим, что отношение Грюнайзена $\Gamma(T)$ расходится как

$$\Gamma(T) = \frac{\alpha(T)}{C(T)} \simeq 2 \frac{a_0}{a} \sqrt{\frac{T_f}{T}},$$
(10)

и заключаем, что закон Грюнайзена не выполняется в случае сильнокоррелированных ферми-систем.

Измерения на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ показывают, что $\alpha/T \propto 1/T$ и отношение Грюнайзена расходится как $\Gamma(T) \simeq T^{-q}$, $q \simeq 0.33$, что позволяет классифицировать электронную систему этого соединения как сильнокоррелированную жидкость [6]. Наша оценка, следующая из уравнения (10), дает q = 0.5 и находится в удовлетворительном согласии с этим экспериментальным значением. Поведение $\alpha(T)$, даваемое уравнением (8), не согласуется с выводами теории ферми-жидкости Ландау, которая при $T \to 0$ дает $\alpha(T)/T = M^* = const$. Зависимость 1/T отношения Грюнайзена α/T , предсказанная в [3], находится в хорошем согласии с измерениями в $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [6].

Из уравнения

$$M_{FC}^* \simeq p_F \frac{p_f - p_i}{4T}.$$
(11)

следует, что $M^*(T \to 0) \to \infty$, и сильнокоррелированная электронная жидкость ведет себя так, как будто она помещена в квантовую критическую точку. Фактически, она помещена на квантовую критическую линию $x/x_{FC} \le 1$, и критическое поведение наблюдается при $T \to 0$ для всех $x \le x_{FC}$. При $T \to 0$ сильнокоррелированная электронная жидкость испытывает квантовый фазовый переход первого рода, поскольку энтропия становится разрывной функцией температуры: при конечных температурах энтропия дается уравнением (5), в то время как S(T = 0) = 0. Поэтому энтропия испытывает скачок $\delta S = S_0$ при $T \to 0$. Отсюда следует, что из-за фазового перехода первого рода критические флуктуации подавлены вдоль квантовой критической линии, и соответствующие расходимости, например, расходимость $\Gamma(T)$, определяются квазичастицами, а не критическими флуктуациями, как можно было ожидать в случае обычного квантового фазового перехода [7]. Отметим, что согласно известному неравенству [8], $q \le T \delta S$, теплота перехода q от неупорядоченной к упорядоченной фазе стремится к нулю при $T_{NL} \to 0$.

2.2. *Т* – *В* фазовая диаграмма YbRh₂Si₂, коэффициент Холла и намагниченность

Для изучения T - B фазовой диаграммы сильнокоррелированной электронной жидкости рассмотрим случай, когда не-ферми жидкостное поведение возникает при подавлении антиферромагнитной фазы внешним магнитным полем *B*, например, как это происходит в металлах с ТФ YbRh₂Si₂ и YbRh₂ (Si_{0.95} Ge_{0.05})₂ [6, 9].

Антиферромагнитная фаза представляет собой электронную ферми-жидкость Ландау с энтропией, обращающейся в ноль при $T \to 0$. Для магнитных полей, превышающих критическое значение B_{c0} , при котором температура Нееля $T_N(B \to B_{c0}) \to 0$, антиферромагнитная фаза преобразуется в слабо поляризованную парамагнитную сильнокоррелированную электронную жидкость [6, 9]. При T = 0 наложение магнитного поля B расщепляет ферми-конденсатное состояние, занимающее область $(p_f - p_i)$, на уровни Ландау и подавляет сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(p)$. Новое состояние дается многосвяз-



Рис. 2. T - B фазовая диаграмма сильнокоррелированной электронной жидкости. Кривая $T_N(B/B_{c0})$ представляет зависимость от поля B температуры Нееля. Черная точка при $T = T_{crit}$, отмеченная стрелкой, – критическая температура, при которой антиферромагнитный фазовый переход второго рода становится переходом первого. При $T < T_{crit}$ толстая сплошная линия представляет зависимость от B температуры Нееля, когда AF фазовый переход становится переходом первого рода. Поведение сильнокоррелированной жидкости в области, отмеченной буквами НФЖ, характеризуется энтропией S_{NFL} , заданной уравнением (5). Линия, разделяющая сильнокоррелированную жидкость (область НФЖ) и слабо поляризованную электронную жидкость, имеющую поведение ферми-жидкости Ландау (область ЛФЖ), описывается функцией $T^*(B/B_{c0}-1) \propto \sqrt{B/B_{c0}-1}$, (см. 13).

ной сферой Ферми, где гладкая функция распределения квазичастиц $n_0(p)$ в интервале импульсов $(p_f - p_i)$ заменена распределением v(p) (см. рис. 26). Поэтому поведение ферми-жидкости Ландау восстанавливается и характеризуется квазичастицами с эффективной массой $M^*(B)$, определяемой уравнением

$$M^*(B) \propto \frac{1}{\sqrt{B - B_{c0}}}.$$
 (12)

При повышении температуры настолько, что $T > T^*(B)$, где $T^*(B)$ определяется уравнением

$$T^*(B) \propto \sqrt{B - B_{c0}},\tag{13}$$

энтропия электронной жидкости дается уравнением (5). Описанное выше поведение сильнокоррелированной жидкости показано на T - B фазовой диаграмме, приведенной на рис. 2.

В соответствии с экспериментом предположим, что при относительно высоких температурах $T/T_{NO} \sim 1$, антиферромагнитный фазовый переход является переходом второго рода [9], где T_{NO} температура Нееля в отсутствии магнитного поля. В этом случае энтропия и другие термодинамические функции являются непрерывными функциями при температуре перехода $T_{NL}(B)$. Это означает, что энтропия антиферромагнитной фазы S_{AF} совпадает с энтропией S_{NFL} сильнокоррелированной жидкости, определяемой уравнением (5):

$$S_{AF}(T \to T_{NL}(B)) = S_{NFL}(T \to T_{NL}(B)).$$
(14)

Поскольку антиферромагнитная фаза имеет поведение ферми-жидкости Ландау, т.е. $S(T \rightarrow 0) \rightarrow 0$, уравнение (14) не может быть удовлетворено при достаточно низких температурах $T \leq T_{crit}$ из-за независящего от температуры слагаемого S_0 . Следовательно, антиферромагнитный фазовый переход второго рода становится переходом первого рода при $T = T_{crit}$ [11, 12], как это показано стрелкой на рис. 2. Более подробное рассмотрение этого вопроса дано в разделе 6.

При T = 0, критическое поле B_{c0} , при котором антиферромагнитная фаза становится ферми-жидкостью Ландау, определяется условием, что энергия основного состояния антиферромагнитной фазы совпадает с энергией основного состояния $E[n_0(p)]$ ТФ жидкости с ФК, поскольку, как было показано в подразделе 2.1, теплота перехода q = 0. Это значит, что основное состояние антиферромагнитной фазы становится вырожденным при $B = B_{c0}$. Таким образом, при $B \to B_{c0}$ температура Нееля T_{NL} стремится к нулю, и поведение эффективной массы $M^*(B \ge B_{c0})$ определено уравнением (12), поэтому $M^*(B)$ расходится при $B \to B_{c0}$ сверху. В результате, при T = 0 фазовый переход, разделяющий антиферромагнитную фазу, существующую при $B \le B_{c0}$, и ферми-жидкость Ландау при $B \ge B_{c0}$, есть квантовый фазовый переход первого рода. Контролирующим параметром этого фазового перехода является магнитное поле B. Отметим, что соответствующие квантовые и тепловые критические флуктуации исчезают при $T < T_{crit}$, поскольку при этих температурах имеем дело с антиферромагнитным фазовым переходом первого рода.

Теперь рассмотрим скачок коэффициента Холла, обнаруженный в измерениях на $YbRh_2Si_2$ [13]. Коэффициент Холла $R_H(B)$ как функция В меняется скачком при $T \rightarrow 0$, когда наложенное магнитное поле B достигает критического значения $B = B_{c0}$ и затем превосходит это критическое значение так, что $B = B_{c0} + \delta B$, где δB – бесконечно малое магнитное поле [13]. Как было показано выше, при T = 0 наложение критического магнитного поля B_{c0} , подавляющего антиферромагнитную фазу (с импульсом Ферми $p_{AF} \simeq p_F$), восстанавливает ферми-жидкость Ландау с импульсом Ферми $p_f > p_F$. При $B < B_{c0}$ энергия основного состояния антиферромагнитной фазы ниже энергии основного состояния парамагнитной электронной ферми-жидкости Ландау, но при $B > B_{c0}$ мы имеем дело с противоположным случаем, когда парамагнитная ферми-жидкость Ландау имеет меньшую энергию. При $B = B_{c0}$ и T = 0 $(T_{NL} = 0)$ обе фазы имеют одинаковую энергию основного состояния и разделены фазовым переходом первого рода, как показано на рис. 2. Таким образом, при T = 0 и $B = B_{c0}$ бесконечно малое увеличение магнитного поля δB приводит к конечному скачку импульса Ферми. Это происходит потому, что функция распределения становится многосвязной, однако число подвижных электронов не изменяется. В результате, антиферромагнитное основное состояние выглядит так, как будто у него "небольшая" ферми-поверхность, характеризующаяся импульсом p_F , а парамагнитное основное состояние при $B > B_{c0}$ имеет "большую" поверхность Ферми с *p_f* > *p_F*. Как следствие, коэффициент Холла испытывает резкий скачок, поскольку в антиферромагнитной фазе $R_H(B) \propto 1/p_F^3$, а в парамагнитной фазе $R_H(B) \propto 1/p_f^3$. Здесь предполагаем, как и в моделях с простым односвязным ферми-объемом, что $R_{H}(B)$ может рассматриваться как мера импульса Ферми [13], и получаем

$$\frac{R_H(B = B_{c0} - \delta)}{R_H(B = B_{c0} + \delta)} \simeq 1 + 3\frac{p_f - p_F}{p_F} \simeq 1 + d\frac{S_0}{x_{FC}},$$
(15)

где S_0 / x_{FC} – энтропия на один тяжелый электрон, а d – константа, $d \sim 5$. Из уравнения (15) следует, что скачкообразное изменение коэффициента Холла определяется аномальным поведением энтропии, связанным с членом S_0 . Поэтому скачок стремится к нулю при $r \rightarrow 0$ и исчезает, когда рассматриваемая система находится на неупорядоченной стороне от ФККФП, где энтропия не имеет независящего от температуры вклада [11].

Рассмотрим магнитную восприимчивость χ , которая пропорциональна эффективной массе и определяется уравнением [4].



Рис. 3. Значения намагниченности M(B), полученные в измерениях на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$, показаны черными квадратами [10]. Кривая представляет зависящую от поля функцию $M(B) = a_M \sqrt{B}$, см. (18), где a_M – подгоночный параметр.

$$\chi(B,T) = \frac{\beta M^*(B,T)}{1 + F_0^a}.$$
(16)

При $T \ll T^*(B)$ магнитная восприимчивость имеет вид [14]:

$$\chi(B) \propto M^*(B) \propto \frac{1}{\sqrt{B - B_{c0}}},\tag{17}$$

а статическая намагниченность M(B) дается выражением

$$M(B) \propto \sqrt{B - B_{c0}}.$$
 (18)

Как видно из рис. 3, зависимость M(B), следующая из (18), хорошо согласуется с данными, полученными в измерениях на YbRh₂(Si_{0.95}Ge_{0.05})₂. Отметим, что в этом случае $B_{c0} \simeq 0$ [10].

Рассмотрим фазовую T - B диаграмму металла с ТФ YbRh₂Si₂ [9, 10], показанную на рис. 4. В области ЛФЖ поведение металла характеризуется эффективной массой $M^*(B)$, которая расходится как $1/\sqrt{B-B_{c0}}$ [9]. Можно убедиться, что уравнение (12) дает хорошее описание этого экспериментального факта: $M^*(B)$ расходится в при $B \rightarrow B_{c0}$ при $T_N(B = B_{c0}) = 0$, и, как видно из рис. 3, расчетное поведение намагниченности соответствует эксперименту. Зависимость коэффициента A(B) от магнитного поля также находится в хорошем согласии с экспериментальными данными, полученными для YbRh₂Si₂ [9]. Из рис. 4 видно, что в соответствии с (13) линия, разделяющая области ЛФЖ и НФЖ, может быть аппроксимирована функцией $c\sqrt{B-B_{c0}}$ с константой c, являющейся подгоночным параметром. Принимая во внимание, что поведение YbRh₂Si₂ совпадает с поведением YbRh₂ (Si_{0.95} Ge_{0.05})₂ [6, 10, 15, 16], можно заключить, что в области НФЖ коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ не зависит от T, и отношение Грюнайзена как функция температуры T расходится [6]. Мы приходим к заключению, что энтропия в области НФЖ определяется (5). Поскольку при относительно высоких температурах антиферромагнитный фазовый переход является переходом второго рода



Рис. 4. Фазовая T-B диаграмма для $YbRh_2Si_2$, треугольники и квадраты обозначают экспериментальные данные [9, 10]. Кривая T_N представляет зависимость температуры Нееля $T_{NL}(B)$ от магнитного поля B. В области НФЖ поведение сильнокоррелированной жидкости характеризуется энтропией S_{NFL} , определяемой уравнением (5). Линия, отделяющая область НФЖ от области ЛФЖ, в которой сильнокоррелированная жидкость ведет себя как ферми-жидкости Ландау с эффективной массой (12), аппроксимирована функцией $T^*(B - B_{c0}) = c\sqrt{B - B_{c0}}$, см. (13), где c – подгоночный множитель.

[9], мы предсказываем, что при понижении температуры фазовый переход становится переходом первого рода. Данное выше описание поведения коэффициента Холла $R_H(B)$ также находится в согласии с экспериментальными фактами [13].

Таким образом, можно заключить, что универсальная T - B фазовая диаграмма сильнокоррелированной электронной жидкости, показанная на рис. 2, согласуется с экспериментальной T - B диаграммой, полученной в процессе измерений на металлах с тяжелыми фермионами $YbRh_2Si_2$ и YbRh (Si 0.95 Ge 0.05) и приведенной на рис. 4.

2.3. Металлы с тяжелыми фермионами в непосредственной близости от квантовой критической точки

Рассмотрим случай, когда $\delta p_{FC} = (p_f - p_i) / p_F \ll 1$, и электронная система металла с ТФ находится близко к ККТ ФККФП, оставаясь на упорядоченной стороне, точнее, на квантовой критической линии. Как следует из уравнения

$$B_{red} \equiv \frac{B - B_{c0}}{B_{c0}} = (\delta p_{FC})^2 \sim B_{cr},$$
(19)

наложение магнитного поля $(B - B_{c0}) / B_{c0} \ge B_{cr}$ перемещает систему с упорядоченной стороны на неупорядоченную от ККТ ФККФП, или превращает сильнокоррелированную ферми-жидкость в высококоррелированную. В результате при $T \le T^*(B)$ эффективная масса $M^*(B)$ задана уравнениями

$$M^*(B) \propto \frac{1}{(B - B_{c0})^{2/3}}.$$
 (20)

И

$$M^*(T) \propto \frac{1}{T^{2/3}};$$
 (21)

выполняются соотношение Кадоваки-Вудса и закон Видемана-Франца, поэтому в системе существуют квазичастицы. Соответствующее сопротивление ведет себя так, как описано в подразделе (9.4.1), Части 1, настоящего обзора. В магнитном поле $B \simeq B_{c0}$ и при температурах $T_f \gg T > T_1(B)$ система является сильнокоррелированной фермижидкостью, эффективная масса $M^*(T)$ дается уравнением (11), и энтропия определена (5). Коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ не зависит от T, как видно из (8), и отношение Грюнайзена расходится, как это следует из уравнения (10). Из уравнения (11) следует, что $\gamma(T) \propto T$. Поэтому при $T_f \gg T \gg T^*(B)$ зависящая от температуры часть сопротивления $\Delta \rho(T)$ ведет себя как $\Delta \rho(T) \propto \gamma(T) \propto T$ в обоих случаях, когда электронная система находится в высококоррелированном или в сильнокоррелированном состояниях.

Предположим, что при некоторой температуре T_c система переходит в сверхпроводящее состояние. В отличие от обычных сверхпроводников, когда скачок $\delta C(T_c)$ теплоемкости при T_c – линейная функция T_c , скачок $\delta C(T_c)$ в рассматриваем случае не зависит от критической температуры T_c . Как видно из уравнений

$$\delta C(T_c) \simeq \frac{3}{2\pi^2} \frac{(p_f - p_i)p_F^n}{x},\tag{22}$$

И

$$\frac{\delta C(T_c)}{C_n(T_c)} \sim \sqrt{\frac{T_f}{T_c}} \frac{(p_f - p_i)}{p_F},$$
(23)

как скачок $\delta C(T_c)$, так и отношение $\delta C(T_c)/C_n(T_c)$ могут быть очень большими по сравнению с обычным БКШ случаем, как это наблюдалось в ТФ металле $CeCoIn_5$ [17-19]. Эксперименты показывают, что электронная система металла с ТФ $CeCoIn_5$ может рассматриваться как сильнокоррелированная электронная жидкость. Действительно, при $T > T^*(B)$, коэффициент линейного расширения $\alpha(T) \propto const$ и отношение Грюнайзена расходится [20] (см. уравнения (8) и (10), соответственно), и энтропия задана уравнением (5).

Под влиянием магнитного поля электронная система перемещается на неупорядоченную сторону ФККФП и при $T < T^*(B)$ ведет себя как высококоррелированная жидкость с эффективной массой, заданной уравнением (20). Оценки δp_{FC} , основанные на вычислении магнитной восприимчивости, показывают, что $\delta p_{FC} \simeq 0.044$ [17]. Можно заключить, что $B_{cr} \sim 0.01$, как это следует из уравнения (19), и электронная система металла с ТФ $CeCoIn_5$ при наложении относительно слабых магнитных полей перемещается на неупорядоченную сторону ФККФП и имеет поведение, характерное для высококоррелированной жидкости. Отметим, что полученная величина δp_{FC} позволяет объяснить относительно большое значение скачка $\delta C(T_c)$ [17], наблюдаемое при $T_c = 2.3$ К в экспериментах на $CeCoIn_5$ [19].

Как видно из рис. 5, левая панель, поведение $A(B) \propto B_H(B) \propto M^*(B) \propto (B - B_{c0})^{-4/3}$, находится в хорошем согласии с экспериментом [21, 22]. Коэффициент $B_H(B)$ определяет T^2 -зависимость теплового сопротивления, и отношение $A(B)/B_H(B)$ не зависит от поля *В* и равно $A/B_H \simeq 0.47$ [21, 22]. В режиме ферми-жидкости Ландау выполняются соотношение Кадоваки-Вудса, закон Видемана-Франца, и поведение системы определяется квазичастицами [21-23]. Таким образом, мы можем заключить, что наше описание находится в хорошем согласии с экспериментом.

При низких температурах и $B_{red} \sim B_{cr}$ (см. 19) электронная система находится в состоянии ферми-жидкости Ландау. При повышении температуры поведение сильнокоррелированной жидкости, определяемое энтропией S_0 , восстанавливается при $T^*(B)$, и эффективная масса начинает зависеть от T, как определено уравнением (11). Чтобы вычислить $T^*(B)$, заметим, что при $T < T^*(B)$ поведение эффективной массы задано (20), а при $T > T^*(B)$ уравнением (11). Поскольку величина эффективной массы не может измениться при $T = T^*(B)$, мы можем оценить $T^*(B)$, приравнивая эти два значения эффективной массы. В результате получим

$$T^*(B) \propto (B - B_{c0})^{2/3}.$$
 (24)

Функция $T^*(B)$, заданная (24), показана пунктирной линией на правой панели рис. 5. С увеличением магнитного поля $B \gg B_{cr}$ система переходит в состояние высококоррелированной жидкости, когда поведение $M^*(T)$ задано уравнением (21), а поведение $M^*(B)$ задано уравнением (20). Из сравнения этих двух типов поведения получаем

$$T^{*}(B) \simeq \mu_{B}(B - B_{c0}).$$
 (25)

Функция $T^*(B)$, определенная (24), показана сплошной линией на рис. 5. Как видно из этого рисунка, поведение обеих линий находится в согласии с экспериментом.

Используя уравнение (14) для исследования поведения сверхпроводящего фазового перехода, можно объяснить основные универсальные свойства фазовой T - B диаграммы ТФ металла CeCoIn₅, представленной на рис. 5. Этот металл является d-волновым сверхпроводником с $T_c = 2.3$ К, при этом поле $B_{c0} = 5.1$, помещающее CeCoIn₅ в ККТ, совпадает с B_{c2} , максимальным критическим полем, при котором исчезает сверхпроводимость [21-23]. В магнитных полях $B \ge B_{c0}$, CeCoIn₅ демонстрирует НФЖ поведение [20]. Из рассмотрения, проведенного в подразделе (9.1), Части 1, настоящего обзора следует, что $B_{c2} \ge B_{c0}$. Поэтому приблизительное равенство $B_{c2} \simeq B_{c0}$, наблюдаемое для CeCoIn₅, является случайным совпадением, которое должно исчезнуть под влиянием внешних факторов. Действительно, В_{с2} определяется спаривательной константой λ_0 , которая, в свою очередь, определяется взаимодействием электронов с магнитными, фононными или другими возбуждениями, а не полем В_{с0}. При наложении давления, воздействующего различно на константу спаривания λ_0 и на B_{c0} , отмеченное выше совпадение снимается, что соответствует экспериментальным результатам, причем $B_{c2} > B_{c0}$ [24]. При относительно высоких температурах фазовый переход из сверхпроводящего в нормальное состояние в CeCoIn₅, показанный сплошной линией на правой панели рис. 5, является переходом второго рода [25, 26], поэтому S и другие термодинамические функции непрерывны при критической температуре перехода $T_c(B)$. Поскольку $B_{c2} \simeq B_{c0}$, при наложении такого магнитного поля ТФ металл переходит в НФЖ состояние, простирающееся вплоть до самых низких температур, как это видно из рис. 5. Пока фазовый переход остается второго рода, энтропия сверхпроводящей фазы $S_{SC}(T)$ совпадает с энтропией $S_{NFL}(T)$ НФЖ состояния, и справедливо равенство (14)

$$S_{SC}(T \to T_c(B)) = S_{NFL}(T \to T_c(B)).$$
⁽²⁶⁾

Поскольку $S_{SC}(T \to 0) \to 0$, уравнение (26) не может быть удовлетворено при низких температурах из-за независящего от температуры слагаемого S_0 . Таким образом, в соответствии с экспериментальными данными [25, 26], фазовый переход второго рода переходит в переход первого рода при температуре ниже $T_0(B)$ [27]. Для оценки $T_0(B)$ была использована скейлинговая идея Воловика (см. [28]), энтропия S_{NFL} была оценена в [17]. В результате было получено, что $T_0(B)/T_c \simeq 0.3$. Эта величина хорошо согласуется с экспериментальным значением, показанным на рис. 5. Предсказание, что фазовый переход может менять свой род, было сделано в начале 1960-х [29]. Поскольку наш анализ основан на термодинамическом рассмотрении, он надежно может быть обобщен на случаи, когда вместо сверхпроводимости рассматривается какое-нибудь другое упорядоченное состояние, например, ферромагнитное или антиферромагнитное состояния.

При условии постоянства энтропии (адиабатическое условие) должен существовать температурный скачок, когда система под воздействием магнитного поля пересекает границу фазового перехода. Действительно, без условия адиабатичности скачок энтропии



Рис. 5. T - B фазовая диаграмма CeCoIn 5, магнитное поле B(T) дано в единицах Тесла. Левая панель показывает зависимость коэффициентов A(B) и $B_H(B)$, определяющих T^2 -зависимость сопротивления электрическому току и току тепла в режиме ферми-жидкости Ландау, наведенной магнитным полем; экспериментальные значения показаны квадратами и кругами [21, 22]. Правая панель. Линия фазовых переходов в магнитном поле, разделяющая нормальное и сверхпроводящее состояния, показана сплошной и пунктирной линиями [23]. Сплошная линия соответствует фазовым переходам второго рода, а пунктир – первого рода. Черный квадрат (при T_0) показывает точку, где фазовые переходы второго рода становятся переходами первого рода. В правой части рисунка точечная линия, определенная уравнением (24), представляет вычисленную зависимость $T^*(B)$ переходной области между ферми-жидкостью Ландау, обозначенной на рисунке ЛФЖ, и сильнокоррелированной жидкостью, обозначенной НФЖ. Сплошная линия, заданная уравнением (25), представляет вычисленную зависимость $T^*(B)$ переходной области (в полях $B \gg B_{cr}$) между высококоррелированной жидкостью и сильнокоррелированной. Экспериментальные результаты, полученные из измерений сопротивления, показаны черными квадратами [21, 22].

преобразовался бы в тепло, но поскольку S = const, то поглощение тепла q, обеспечивающее постоянство энтропии, приводит к уменьшению температуры. Заметим, что минимальный скачок q определяется слагаемым S_0 , поэтому q может быть достаточно большим, и соответствующий ТФ металл может быть использован как эффективный холодильник при низких температурах.

3. Скейлинговое поведение систем с тяжелыми фермионами

Эффективная масса M_L^* квазичастиц Ландау практически не зависит от температуры T, магнитного поля B и т.п., $M_L^*(T,B) = M_L^* = const$ [30]. Такие термодинамические функции как энтропия S, теплоемкость C, магнитная восприимчивость χ ведут себя как в случае невзаимодействующего ферми-газа: при низких температурах $S/T \propto C/T \propto \chi \propto M_L^*$. Другими словами, когда взаимодействие между частицами включается, и его величина λ возрастает, невзаимодействующий ферми-газ преобразуется в ЛФЖ с $S(\lambda)$, $M_L^*(\lambda)$ и т.д., и основное скейлинговое поведение ЛФЖ, $S \propto M_L^*(\lambda)T$ остается неизменным. В случае ТФ металлов скейлинговое поведение для M_N^* кардинально отличается от M_L^* , когда $M_L^* \propto const$.

В данном разделе будет показано, что независимо от различной микроскопической природы 2D ³ Не и ТФ металлов с разнообразными магнитными основными состояниями, их НФЖ поведение универсально и может быть хорошо описано в рамках теории ФККФП [1, 31-35], которая поддерживает расширенную парадигму квазичастиц. Сосредоточимся на НФЖ поведении, наблюдаемом при переходе системы из ЛФЖ в НФЖ со-

стояние. Эта область является наиболее загадочной и интересной, поскольку предполагаемое поведение системы в переходной области сильно зависит от сценария, определяемого соответствующей ККТ. Например, если переходная область описывается теориями, основанными на решетке Кондо или на квантовых и тепловых флуктуациях, не существует теоретических оснований считать, что системы с различными магнитными ККТ могут демонстрировать универсальное скейлинговое поведение [9, 36-39].

Существующие измерения теплоемкости C(T, B), коэффициента теплового расширения $\alpha(T, B)$, магнитной восприимчивости $\chi(T, B)$ и т.п. в таких сильно-коррелированных ферми-системах как ТФ металлы, ВТСП и 2D ³*He*, проведенные при различных температурах *T*, магнитных полях *B* и плотностях *x*, позволяют исследовать систему в процессе ее перехода из ЛФЖ в НФЖ состояние. Благодаря соотношению

$$C/T \propto S/T \propto \sqrt{A} \propto \chi \propto \alpha/T \propto M^*, \qquad (27)$$

связывающему все перечисленные выше величины с эффективной массой, их можно рассматривать как измерения эффективной массы $M^*(T, B, x)$, дающие информацию о скейлинговом поведении нормированной эффективной массе M^*_N .

Результаты экспериментов показывают, что эффективная масса, полученная из многочисленных экспериментов на различных сильнокоррелированных ферми-системах с использованием соотношения (27), зависит от магнитного поля, температуры, плотности и состава. Анализ скейлингового поведения показывает, что 4D функция, описывающая нормированную эффективную массу, сводится к функции одной переменной. Действительно, нормированная эффективная масса могла бы зависеть от магнитного поля, температуры, плотности и состава сильнокоррелированных ферми-систем, каковыми являются ТФ металлы и 2D ферми-системы. Однако зависимость от всех этих переменных может быть сведена к зависимости от одной переменной *y*, заданной уравнением

$$M_N^*(y) \approx c_0 \frac{1 + c_1 y^2}{1 + c_2 y^{8/3}},$$
 (28)

где c_1 и c_2 – подгоночные параметры, а $c_0 = (1 + c_2) / (1 + c_1)$.

3.1. Квантовая критичность в 2D ^{3}He

Рассмотрим, как скейлинговое поведение нормированной эффективной массы M_{N}^{*} , задаваемой уравнением (28), описывает квантовую критичность, наблюдаемую в 2D³He [40-42]. Эта квантовая критичность чрезвычайно важна, поскольку она позволяет проверить возможность скейлингового поведения в 2D системе, образованной атомами ${}^{3}He$, которые существенно отличаются от электронов. Действительно, нейтральные атомы ³Не являются фермионами, взаимодействующими друг с другом силами Ван-дер-Ваальса, характеризующимися сильным отталкиванием на малых расстояниях и слабым притяжением на больших. Иной характер межчастичного взаимодействия в совокупности с тем фактом, что масса атома ^{3}He более чем на 3 порядка превосходит по величине массу электрона, делает ферми-систему ${}^{3}He$ существенно отличной от электронной жидкости ТФ металлов. Из-за этого различия трудно ожидать, что физические свойства этих систем будут похожими в окрестности их ККТ. 2D ³ Не имеет особенность: плотность этой системы может изменяться в широких пределах, что позволяет помещать систему в ККТ, где эффективная масса квазичастиц M^* расходится [40-42]. Эта особенность позволяет построить экспериментальную зависимость нормированной эффективной массы от плотности x, которая может быть использована для проверки функции M_N^* , заданной уравнением (28). Таким образом, изотропная 2D ³ Не ферми-жидкость с пренебрежимо малым спин-орбитальным взаимодействием является идеальной системой для проверки теории, описывающей НФЖ поведение сильнокоррелированных ферми-систем. Отметим, что исторически жидкий 3D ³*He* является первым объектом, к которому была успешно применена теория ферми-жидкости Ландау [30]. Можно предположить, что при высоком давлении жидкий 3D ³*He* тоже мог бы иметь НФЖ поведение. Однако при таком давлении 3D ³*He* затвердевает.

Рассмотрим ТФ жидкость при T = 0, характеризующуюся эффективной массой M^* . Как было показано выше, в ККТ $x = x_{FC}$ эффективная масса расходится при T = 0, и система совершает ФККФП. Старшие члены этой расходимости имеют вид

$$\frac{M'(x)}{m} = a_1 + \frac{a_2}{1-z}, \ z = \frac{x}{x_{FC}},$$
(29)

где m – голая масса. Уравнение (29) справедливо как в 3D, так и в 2D случаях, но величины множителей a_1 и a_2 зависят от размерности и межчастичного взаимодействия [31]. При $x = x_{FC}$ (или z = 1) происходит ФККФП. Здесь мы ограничиваемся случаем $x < x_{FC}$. Из уравнения (29) видно, что ФККФП происходит в 2D ³*He* при увеличении плотности, поскольку Ван-дер-Ваальсовское взаимодействие характеризуется сильным отталкиванием на малых расстояниях, что позволяет потенциальной энергии делать основной вклад в энергию основного состояния. Напомним, что в электронной жидкости ФККФП происходит при уменьшении плотности, что связано с дальнодействием кулоновского взаимодействия.

Когда система приближается к ККТ, зависимость эффективной массы квазичастиц от температуры и плотности *x* определяется уравнением

$$\frac{1}{M^{*}(T,B)} = \frac{1}{M} + \sum_{\sigma_{1}} \int \frac{\boldsymbol{p}_{F}\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}_{F}^{3}} F_{\sigma,\sigma_{1}}(\boldsymbol{p}_{F},\boldsymbol{p})$$
$$\times \frac{\partial n_{\sigma_{1}}(\boldsymbol{p},T,B)}{\partial \boldsymbol{p}} \frac{d\boldsymbol{p}}{(2\pi)^{3}}.$$
(30)

Из уравнения (30) следует, что эффективная масса $M^*(T)$ как функция T при фиксированной $x > x_{FC}$ проходит три различных режима при увеличении температуры. При малых температурах мы имеем ЛФЖ состояние. Затем эффективная масса начинает расти, достигая своего максимума $M_M^*(T,x)$ при некоторой температуре $T_M(x)$ с последующим убыванием как $T^{-2/3}$, что следует из уравнения (21). Более того, чем ближе плотность x к своему критическому значению x_c , тем выше становится скорость роста эффективной массы. Величина максимума M_M^* также растет, в то время как температура T_M уменьшается. При $T \ge T_M$ последние "следы" ЛФЖ состояния исчезают, и система вступает в область температур, определяющих переход между ЛФЖ состоянием с почти постоянной эффективной массой и НФЖ состоянием с $T^{-2/3}$ зависимостью массы. Поэтому точка T_M может считаться характерной для переходной области между ЛФЖ и НФЖ режимами.

Как было показано, $M^*(T, x)$ может быть аппроксимирована простой универсальной интерполяционной функцией. Интерполяция возможна между ЛФЖ ($M^* \propto T^2$) и НФЖ ($M^* \propto T^{-2/3}$) состояниями, описывая таким образом вышеупомянутый переход. Заменяя T безразмерной переменной $y = T/T_M$, получаем искомое выражение (28). Вычислим T_M как функцию z. Из уравнения (29) следует, что $M^*_M \propto 1/(1-z)$, а также из (21) видно, что $M^*_M \propto T^{-2/3}$. В результате, получаем [43]

$$T_M \propto (1-z)^{3/2}$$
. (31)

Из уравнения (27) следует, что $M^*(T)$ может быть измерена в сильнокоррелированных ферми-системах. Отнормировав полученную из экспериментов $M^*(T, x)$ на ее значение в максимуме при каждом x и температуру на T_M , мы можем проверить работоспособность уравнения (28), из которого следует, что все полученные нормированные функции $M^*(y, x)$ должны слиться в одну, демонстрируя скейлинговое поведение.



Рис. 6. Фазовая диаграмма системы 2D ³ He. Область при z < 1, соответствующая ТФ поведению, разделена на ЛФЖ и НФЖ части линией $T_M(z) \propto (1-z)^{3/2}$, где T_M есть температура, при которой эффективная масса достигает максимума. Показатель 3/2 = 1.5, следующий из уравнения (31) находится в хорошем согласии с экспериментальной величиной 1.7 ± 0.1 [41]. Зависимость $M^*(z) \propto (1-z)^{-1}$ показана пунктирной линией. Режим при $z \ge 1$ состоит из ЛФЖ части (заштрихованная область, начинающаяся в промежуточный фазе $z \le 1$ [41], связанной с неоднородностями подложки, см. текст) и НФЖ – при высоких температурах.

На рис. 6 представлена фазовая диаграмма 2D ³ Не в переменных T и z (см. уравнение (29)). Для наглядности, график эффективной массы представлен в виде штриховой линии. Часть диаграммы, при z < 1, соответствует ТФ поведению и состоит из ЛФЖ и НФЖ частей, разделенных линией $T_M(z) \propto (1-z)^{3/2}$. Отметим, что наш показатель степени 3/2 = 1.5 близок по величине полученному экспериментальному значению 1.7 ± 0.1 [41]. Хорошее согласие между теоретическим и экспериментальным значениями показателя поддерживает наше ФККФП описание НФЖ поведения 2D ³ Не и ТФ металлов: обе системы в основных чертах похожи друг на друга. Режим при z >1 состоит из низкотемпературной ЛФЖ части (заштрихованная область, начинающаяся с промежуточной фазы $z \le 1$ [41]) и сменяющейся НФЖ – при высоких температурах. Отмеченная ЛФЖ часть диаграммы имеет причиной особенности подложки, на которой образуется 2D ³He пленка. Вероятно, она связана с небольшой неоднородностью подложки (ступеньки и границы на поверхности), такой, что локализация квазичастиц на них приводит к возникновению ЛФЖ поведения [41]. Конкуренция между тепловой энергией и энергией локализации квазичастиц возвращает систему в НФЖ состояние. С другой стороны, особенности режима при $z \gtrsim 1$ могут определяться новым вкладом β , связанным со смягчением поперечной моды нуль звука, в теплоемкость С [?].

В работе [40] приведены экспериментальные значения эффективной массы $M^*(z)$, полученные в измерениях на ³Не-монослое. Эти измерения, в согласии с полученными в [41] данными, демонстрируют расходимость эффективной массы при $x = x_c$. Для того, чтобы показать, что наш ФККФП подход способен описать приведенные результаты, представим аппроксимацию $M^*(z)$ с помощью дробного выражения, следующего из (29), а также обратную эффективную массу с помощью линейной функции $M/M^*(z) \propto a_1 z$. Отметим, что универсальная зависимость (28) может быть использована для подгонки экспериментальных данных как для 2D ³Не, так и для 3D ТФ металлов. $M^*_N(y)$, полученная из измерений энтропии на 2D ³Не [41] при различных плотностях $x < x_c$ меньших



Рис. 7. Нормированная эффективная масса M_N^* как функция нормированной температуры T/T_M при плотностях, показанных в левом нижнем углу. Эффективная масса M_N^* , полученная из измерений энтропии в 2D³ Не [41] и термодинамических свойств 3D ТФ металлов CeRu₂Si₂ и CePd_{1-x}Rh_x с различными магнитными свойствами [44, 45], аппроксимирована универсальной функцией (28).

критической $x_c = 9.9 \pm 0.1$ nm⁻² представлена на рис. 7. На том же рисунке приведены данные, полученные из измерений теплоемкости в ферромагнетике CePd_{0.2} Rh_{0.8} [45] и *AC* магнитной восприимчивости в парамагнетике CeRu₂ Si₂ [44] при различных магнитных полях. Видно, что скейлинговое поведение нормированной эффективной массы, задаваемое уравнением (28), находится в хорошем согласии с данными экспериментов.

Все ферми-системы, находящиеся вблизи ККТ, демонстрируют прогрессирующее нарушение ЛФЖ поведения при увеличении температуры. В 2D ³ Не случае, управляющий параметр, перемещающий систему в направлении ККТ x_{FC} , – плотность x. Из рис. 7 видно, что поведение эффективной массы $M_N^*(y)$, полученной из S(T)/T в 2D ³ Не (энтропия S(T) представлена на рис. S8 в [41]), совпадает с поведением $M_N^*(y)$ для 3D ТФ металлов.

Попытка аппроксимировать доступные экспериментальные данные для C(T)/T в ³*He* [40] с помощью универсальной функции $M_N^*(y)$ представлена на рис. 8. Здесь представлены данные, полученные из теплоемкости C(T)/T для однослойного ³ He [40] и намагниченности M_0 для двухслойного ³ He [41]. Видно, что нормированная эффективная масса, полученная из этих термодинамических величин, описывается уравнением (28).

На левой панели рис. 9, представлена зависимость от плотности T_{max} , полученной из измерений намагниченности $M_0(T)$ в двухслойном ³ Не [41]. Максимальные температуры аппроксимированы уравнением (31). На том же рисунке представлено максимальное значение намагниченности M_{max} . Видно, что M_{max} хорошо описывается выражением $M_{max} \propto (S/T)_{max} \propto (1-z)^{-1}$, см. уравнение (29). На правой панели рис. 9 представлена температура максимума T_{max} и максимальная энтропия $(S/T)_{max}$ как функции плотности x. Они получены из измерений S(T)/T в двухслойном ³ Не [41]. Тот факт, что как левая, так и правая панели, полученные из измерений $M_0(T)$ и S/T, демонстрируют одинаковое поведение, еще раз свидетельствует, что именно квазичастицы определяют термоди-



Рис. 8. Зависимость $M_N^*(T/T_M)$ от T/T_M при плотностях, приведенных в нижнем левом углу. Нормированная эффективная масса M_N^* получена из C(T)/T в 2D³ Не [40] и намагниченности M_0 в 2D³ Не [41]. Сплошная линия представляет универсальную функцию, см. подпись к рис. 7.



Рис. 9. Левая панель, значения максимумов намагниченности M_{max} и соответствующие им температуры T_{max} , полученные из измерений намагниченности M_0 в ³He [41] приведены как функции плотности. Правая панель, T_{max} и максимальные значения $(S/T)_{max}$, полученные при измерениях S(T)/T в ³He [41], представлены как функции плотности. Температура аппроксимирована как $T_{max} = a_1(1-z)^{3/2}$, уравнение (31), а $(S/T)_{max} \propto M_{max} = a_2/(1-z)$, уравнение (29), где a_1 и a_2 – подгоночные параметры.

намическое поведение 2D ³He (а также 3D ТФ соединений [35]) в окрестности точки, в которой расходится их эффективная масса.

Как видно из рис. 9, величины и положения максимумов $M_0(T)$ и S(T)/T в 2D ³ Не хорошо описываются уравнениями (29) и (31), а из рис. 7 следует, что уравнение (28) хорошо описывает скейлинговое поведение нормированных термодинамических функций.

Напомним, что мы можем вычислить только относительное значение эффективной массы как функцию нормированной температуры, то есть нормированную эффективную массу как функцию T/T_N , поскольку абсолютные значения T_M и M_M^* определяются свойствами рассматриваемых систем. Таким образом, для вычисления абсолютных значений термодинамических и транспортных функций ТФ металлов или 2D ³He нам необходимо значение искомой функции в одной точке – в точке ее максимума или перегиба. Можно заключить, что уравнение (28) позволяет нам свести функцию 4 переменных, описывающую нормированную эффективную массу, к функции одной переменной. Действительно, можно ожидать, что нормированная эффективная масса сильнокоррелированных фермисистем зависит от магнитного поля, температуры, плотности, состава и пространственной размерности. Однако, как показывает наш анализ, она может быть сведена к функции одной переменной, как это определено уравнением (28) [43]. Отметим, что справедливость уравнения (28) была подтверждена также численными расчетами, описанными в подразделе (9.2), Части 1 настоящего обзора.

3.2. Изломы в термодинамических функциях

Чтобы сформулировать задачу описания изломов или энергетических шкал, наблюдаемых в термодинамических функциях, получаемых в измерениях на ТФ металлах [46] и 2D ³*He*, рассмотрим поведение нормированной эффективной массы M_N^* , показанное на левой панели рис. 10, и нормированные термодинамические функции (правая панель), пропорциональные $T_N M_N^*$ и зависящие от нормированной температуры T_N [48].

На левой панели рис. 10 представлена $M_N^*(y)$, полученная из энтропии S(T)/T и намагниченности M 2D ³ He [41] при различных плотностях x. На той же панели представлены данные, полученные из теплоемкости ферромагнетика CePd_{0.2}Rh_{0.8} [45], антиферромагнетика CeCoIn₅ [23, 25] и из AC магнитной восприимчивости парамагнетика CeRu₂Si₂ [44], в различных магнитных полях. Видно, что универсальное поведение нормированной эффективной массы, задаваемое уравнением (28) и показанное сплошной линией, согласуется с данными экспериментов, а масса $M_N^*(y)$, полученная из S(T)/T и намагниченности M в 2D ³He, совпадает с измеренной на 3D TФ металлах. На правой панели рис. 10 представлены нормированные данные для C(y), S(y), $y\chi(y)$ и $\underline{M} = M(y) + y\chi(y)$, полученные из измерений на CePd_{1-x}Rh_x [45], ³He [41], CeRu₂Si₂ [44], CeCoIn₅ [23, 25] и YbRu₂Si₂ [46]. В случае YbRu₂Si₂, переменная $y = (B - B_{c0})\mu_B/T_M$ может рассматриваться как эффективная нормированная температура. Отметим, что в подразделе (9.4.2), Части 1, настоящего обзора <u>M</u> вычислялась как функция магнитного поля.

Из правой панели рис. 10 видно, что все кривые имеют излом (показан стрелкой) при $y \ge 1$, появляющийся когда система входит в переходную область со стороны ЛФЖ состояния. Таким образом, при малых температурах можно ввести низкотемпературную шкалу, которая с ростом температуры сменяется высокотемпературной, а излом разделяет эти шкалы. Действительно, из рис. 10 следует, что при малых температурах, в ЛФЖ области, термодинамические функции (как функций y) имеют относительно большую производную, а высокотемпературная шкала, связанная с НФЖ поведением, характеризуется их медленным ростом. В результате, указанные энергетические шкалы могут быть отождествлены со шкалами, полученными в измерениях термодинамических и транспортных свойств ТФ металлов вблизи ККТ [46]. При этом термодинамические характеристики демонстрируют изломы (точки перехода от быстрого к медленному росту при увеличении температуры), которые разделяют низкотемпературную ЛФЖ шкалу и высокотемпературную шкалу, связанную с НФЖ состоянием.



Рис. 10. Левая панель. Энергетические шкалы в ТФ металлах и 2D ³*He*. Нормированная эффективная масса M_N^* как функция нормированной температуры $y = T/T_M$. Зависимость $M_N^*(y)$ получена из измерений S(T)/T и намагниченности M на 2D ³He [41], из AC восприимчивости $\chi(T)$ для $CeRu_2Si_2$ [44] и из C(T)/T на $CePd_{1-x}Rh_x$ [45] и на $CeCoIn_5$ [23, 25]. Плотности и магнитные поля приведены в левом нижнем углу. Сплошная линия проведена в соответствии с уравнением (28), определяющим универсальное поведение нормированной эффективной массы. Параметры c_1 и c_2 подобраны для $\chi_N(T_N, B)$ при B = 0.94 mT. Правая панель. Приведены нормированная энтропия S(y) для $CePd_{1-x}Rh_x$ и $CeCoIn_5$ при различных магнитных полях B, нормированная энтропия S(y) для ³He при различных плотностях x, и нормированная $y\chi(y)$ при B = 0.94 mT как функция нормированной температуры y. Прямые треугольники обозначают нормированную "среднюю" намагниченность $\underline{M} = M + B\chi$, полученную для YbRu₂Si₂ [46]. Излом (показан стрелкой) во всех кривых ясно виден в переходной области $y \ge 1$. Сплошная линия представляет $yM_N^*(y)$, где c_1 и c_2 подобраны для магнитной восприимчивости в $CeRu_2Si_2$ при B = 0.94 mT.

3.3. Металлы с тяжелыми фермионами вблизи метамагнитных фазовых переходов

Ферми-система может оказаться вблизи ФККФП, когда узкая зона у фермиповерхности сформирована наложением сильного магнитного поля *B*. Появление такого состояния известно как метамагнетизм, причем метамагнитное состояние формируется при определенном магнитном поле $B \simeq B_m$ [47].

Предположим, что магнитное поле B_m аналогично полю B_{c0} , помещающему ТФ металл в его ККТ. В нашей простой модели как B_{c0} , так и B_m играют роль параметров. Для применения уравнения (28), мы должны заменить B на $(B - B_m)$. Действуя как и ранее, получаем нормированную эффективную массу $M_N^*(T_N)$. На рис. 11 показана нормированная эффективная масса $M_N^*(T_N)$, извлеченная из измерений C/T в $URu_{1.92}Rh_{0.08}Si_2$, $CeRu_2Si_2$ и $CeRu_2Si_{1.8}Ge_{0.2}$; соответствующие $B_m \simeq 35$ Т, $B_m \simeq 7$ Т и $B_m \simeq 1.2$ Т [49, 50]. Как видно из рис. 11, функция $M_N^*(T_N)$ в различных ТФ металлах имеет одинаковую форму в сильных и слабых магнитных полях, как только соответствующие зоны становятся плоскими, что означает, что электронная система ТФ металлов оказывается вблизи ФККФП. Это наблюдение Чрезвычайно существенно, поскольку позволяет проверить универсальное поведение ТФ металлов, когда они находятся под воздействием существенно различных магнитных полей. Точнее говоря, величина магнитного поля ($B \sim 10$ Т) в метамагнитной точке на четыре порядка больше, чем поле, необходимое для перемеще-



Рис. 11. Нормированная эффективная масса $M_N^*(T_N)$ как функция нормированной температуры при различных магнитных полях. $M_N^*(T_N)$ получена из измерений C/T на $URu_{1.92}Rh_{0.08}Si_2$, CeRu 2 Si и $CeRu_2Si_{1.8}Ge_{0.2}$ в магнитных полях [49, 50], показанных на правой панели. Сплошная линия – универсальное поведение M_N^* , заданное уравнением (28).

ния CeRu₂ Si₂ в ЛФЖ режим ($B \sim 1$ mT). Относительно малые величины $M_N^*(T_N)$, наблюдаемые в URu_{1.92}Rh_{0.08}Si₂ и CeRu₂ Si₂ в сильных полях и малых температурах, могут быть объяснены тем, что узкая зона полностью поляризована [49]. В результате, при низких температурах суммирование по спинам "вверх" и по спинам "вниз" сводится к суммированию только по одному направлению спинов и появлению множителя 1/2 перед нормированной эффективной массой. При высоких температурах поляризация разрушается и суммирование восстанавливается. Как видно из рис. 11, эти наблюдения находятся в хорошем согласии с данными экспериментов. Отметим, что при малых *T* и больших $B \sim B_m$ намагниченность становится постоянной, а соответствующая восприимчивость обращается в ноль.

4. Асимметрия туннельной проводимости в металлах с тяжелыми фермионами и высокотемпературных сверхпроводниках

В экспериментах на металлах с ТФ исследуются, главным образом, их термодинамические свойства. Поэтому желательно изучить такие свойства коррелированных электронных жидкостей, которые определяются функцией распределения квазичастиц n(p,T), а не только плотностью состояний или поведением эффективной массы M^* [31, 51-54]. Как мы увидим в этом разделе, ФК решения $n_0(p)$ приводят к НФЖ поведению и нарушению частично-дырочной симметрии, свойственной ЛФЖ, и к принципиальным изменениям в транспортных свойствах ТФ металлов, в частности, дифференциальная проводимость становится асимметричной. Как было показано в разделе (7), Части 1, обзора, ЛФЖ поведение восстанавливается при наложении магнитного поля. Поэтому можно ожидать, что в магнитных полях асимметричная часть дифференциальной проводимости будет подавлена. Сканирующая туннельная микроскопия и контактная спектроскопия, тесно связанная с Андреевским отражением, чувствительны к плотности состояний и к заполнению квазичастичных состояний, описываемых функцией n(p,T) [55, 56]. Поэтому сканирующая туннельная микроскопия и контактная спектроскопия являются идеальной техникой для того, чтобы изучать специфические особенности НФЖ поведения ТФ металлов и ВТСП.

4.1. Нормальное состояние

Туннельный ток І через точечный контакт между двумя обычными металлами пропорционален приложенному напряжению V и квадрату модуля квантовомеханической амплитуды перехода t, умноженной на разность $N_1(0)N_2(0)(n_1(p,T) - n_2(p,T))$ [54]. Здесь $N_1(0)$, $N_2(0)$ – плотности состояний соответствующих металлов, а $n_1(p,T)$) и $n_2(p,T)$ – функции распределения соответствующих металлов. С другой стороны, волновая функция, вычисленная в приближении ВКБ и определяющая амплитуду t, пропорциональна $(N_1(0)N_2(0))^{-1/2}$. В результате, при переходе к интегрированию по энергии, плотность состояний выпадает из ответа, и туннельный ток становится независимым от $N_1(0)N_2(0)$. Учитывая, что при $T \to 0$ распределение $n(p, T \to 0) \to \theta(p_F - p)$, где $\theta(p_F - p)$ – ступенчатая функция, можно проверить, что в рамках теории фермижидкости Ландау дифференциальная туннельная проводимость $\sigma_d(V) = dI/dV$ является симметричной или четной функцией напряжения V. Фактически, симметрия $\sigma_d(V)$ соблюдается при условии существования симметрии дырка-квазичастица, которая есть в теории ферми-жидкости Ландау. Поэтому наличие симметрии $\sigma_d(V)$ весьма очевидно и естественно в случае контактов металла с металлом, когда они являются обычными и находятся в нормальном или сверхпроводящем состояниях.

Рассмотрим туннельный ток при низкой температуре, который для обычных металлов дается выражением [54, 56]

$$I(V) = 2 |t|^2 \int [n(\varepsilon - V) - n(\varepsilon)] d\varepsilon.$$
(32)

Используем атомную систему единиц: $e = m = \hbar = 1$ и нормируем амплитуду перехода на единицу, $|t|^2 = 1$. Так как температуры малы, аппроксимируем функцию распределения обычного металла $n(\varepsilon)$ ступенчатой функцией $\theta(\mu - \varepsilon)$ и получаем из уравнения (32) $I(V) = a_1 V$, и дифференциальная проводимость $\sigma_d(V) = dI / dV = a_1 = const - симметрич$ ная функция приложенного напряжения <math>V.

Чтобы рассмотреть количественно поведение асимметричной части проводимости $\sigma_d(V)$, продифференцируем обе стороны уравнения (32) по V и получим уравнение для проводимости $\sigma_d(V)$

$$\sigma_d = \frac{1}{T} \int n(\varepsilon(z) - V, T) (1 - n(\varepsilon(z) - V, T)) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} dz, \qquad (33)$$

В подынтегральном выражении (33) мы взяли в качестве переменной безразмерный импульс $z = p / p_F$ вместо ε , поскольку в случае сильнокоррелированной электронной жидкости $n(\varepsilon)$ уже не является функцией переменной ε , а зависит от импульса, как это видно из рисунка 12. Действительно, переменная ε в интервале $(p_f - p_i)$ равна μ , а функция распределения квазичастиц изменяется в этой области. Из уравнения (33) видно, что нарушение частично-дырочной симметрии делает $\sigma_d(V)$ асимметричной функцией приложенного напряжения [31, 51-53]. Одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{k}, T)$, приведенная на рис. 12 (**a**), и соответствующая $n(\mathbf{k}, T)$, приведенная на панели (**b**), соответствуют ФК состоянию с $n_0(\mathbf{k}, T = 0)$, определяемой из уравнения (1). Из рис. 12 (**a**) видно, что при увеличении температуры $\varepsilon(\mathbf{k}, T)$ становится более наклонной, поэтому эффективная масса $M^*(T)$ уменьшается, как следует из уравнения (11). На ферми-уровне $\varepsilon(p,T) = \mu$, поэтому, как следует из уравнения

$$n(\boldsymbol{p},T) = \left\{ 1 + \exp\left[\frac{(\varepsilon(\boldsymbol{p},T) - \mu)}{T}\right] \right\}^{-1},$$
(34)

функция распределения n(p,T) = 1/2. Вертикальная линия на рис. 12 соответствует положению ферми-уровня, относительно которого ясно видна асимметрия функции



Рис. 12. Одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{k},T)$ (**a**) и функция распределения $n(\mathbf{k},T)$ (**b**) при конечных температурах как функции безразмерной переменной $k = p / p_F$. Стрелками показаны температуры в единицах T / E_F . При T = 0.0001, вертикальная линия показывает значение k, соответствующее фермиуровню E_F . Значение $n(\mathbf{k},T) = 0.5$ показано горизонтальной линией. При уменьшении температуры, $T \rightarrow 0$, одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{k},T)$ уплощается в области ($p_f - p_i$), а функция распределения $n(\mathbf{k},T)$ в этой области становится более асимметричной по отношению к ферми-уровню E_F , порождая частично-дырочную асимметрию, связанную с НФЖ поведением.

распределения при T = 0.0001. При наложении магнитного поля система переходит в ЛФЖ состояние, которое поддерживает частично-дырочную симметрию. Поэтому наложение магнитного поля восстанавливает симметрию, подавляя асимметричную часть дифференциальной проводимости.

Из уравнения (33) после несложных преобразований получаем, что асимметричная часть $\Delta \sigma_d(V) = (\sigma_d(-V) - \sigma_d(V))/2$ дифференциальной проводимости равна

$$\Delta\sigma_d(V) = \frac{1}{2} \int \frac{\alpha(\alpha^2 - 1)}{\left[n(z, T) + \alpha[1 - n(z, T)]\right]^2} \times \frac{\partial n(z, T)}{\partial z} \frac{1 - 2n(z, T)}{\left[\alpha n(z, T) + \left[1 - n(z, T)\right]\right]^2} dz,$$
(35)

здесь $\alpha = \exp(-V/T)$.

Асимметричную туннельную проводимость можно наблюдать в измерениях на металлах, электронная система которых расположена около ФККФП или за ним. К таким металлам можно отнести высокотемпературные сверхпроводники и металлы с ТФ, например, YbRh₂ (Si_{0.95} Ge_{0.05})₂, CeCoIn₅, YbCu_{5-x}Al_x или YbRh₂ Si₂. Измерения следует проводить, когда металл с ТФ находится в сверхпроводящем или нормальном состояниях. Если металл находится в нормальном состоянии, то измерения $\Delta \sigma_d(V)$ могут выполняться в магнитном поле $B > B_{c0}$ при температурах $T^*(B) < T \le T_f$, или без магнитного поля при температурах выше соответствующей критической температуры, когда электронная система находится в парамагнитном состоянии, и ее поведение определяется энтропией S_0 .

Недавние измерения дифференциальной проводимости, проведенные на $CeCoIn_5$ в технике спектроскопии с точечными контактами [57], наглядно выявили асимметрию дифференциальной проводимости в сверхпроводящем ($T_c = 2.3$ K) и нормальном состоя-

ниях. Результаты измерений представлены на рис. 13. Ясно, что $\Delta \sigma_d(V)$ почти постоянна, когда металл с ТФ находится в сверхпроводящем состоянии; она не испытывает заметного изменения вблизи T_c , (см. также рис. 18 ниже). Затем, с ростом температуры, она монотонно убывает [57].

Результаты вычислений асимметричной части $\Delta \sigma_d(V)$ проводимости $\sigma_d(V)$ по (35) приведены на рис. 14. Для вычисления функции распределения n(z,T) использовался функционал (6), параметры $\beta = 3$ и g = 8. В этом случае $(p_f - p_i)/p_F \simeq 0.1$. Как видно из рис. 14, асимметричная часть проводимости $\Delta \sigma_d(V)$ линейно зависит от V при малых значениях напряжения и убывает с ростом температуры, что соответствует поведению экспериментальных кривых, показанных на вставке рис. 14.

Получим оценочную формулу для анализа асимметричной части дифференциальной проводимости. Как следует из (35), при малых величинах напряжения V асимметричная часть ведет себя как $\Delta \sigma_d(V) \propto V$. Здесь уместно напомнить, что асимметричная часть туннельной проводимости является нечетной функцией V, поэтому $\Delta \sigma_d(V)$ должна менять знак при изменении знака напряжения: $\Delta \sigma_d(V) \propto V$. Естественной единицей для измерения напряжения является 2T, поскольку эта величина определяет характерную энергию для ΦK , как это видно из уравнения

$$E_0 \simeq 4T. \tag{36}$$

Фактически, асимметричная часть должна быть пропорциональна области, занятой $(p_f - p_i) / p_F \Phi K$:

$$\Delta \sigma_d(V) \simeq c \frac{V}{2T} \frac{p_f - p_i}{p_F} \simeq c \frac{V}{2T} \frac{S_0}{x_{FC}}.$$
(37)

Здесь $S_0 / x_{FC} \sim (p_f - p_i) / p_F$ — не зависящая от температуры часть энтропии (см. уравнение (4)), c — константа порядка единицы. Например, вычисление c с использованием функции распределения, представленной на рис. 12, дает $c \sim 1$. Из уравнения (37) следует, что когда $V \simeq 2T$ и ФК занимает заметную часть объема Ферми, $(p_f - p_i) / p_F \simeq 1$, асимметричная часть становится сопоставимой с дифференциальной туннельной проводимостью $\Delta \sigma_d(V) \sim V_d(V)$.

4.1.1. Подавление асимметричного дифференциального сопротивления в YbCu_{5-x}Al_x магнитным полем

Рассмотрим поведение асимметричной части дифференциальной проводимости $\Delta \sigma_d(V)$ при наложении на систему магнитного поля B. Очевидно, что дифференциальная проводимость, являясь скаляром, не должна зависеть от направления тока I. Поэтому ненулевое значение $\Delta \sigma_d(V)$ свидетельствует о нарушении частично-дырочной симметрии в макроскопическом масштабе. Как было показано в Части 1 обзора, при низких температурах $T < T^*(B)$, наложение магнитного поля $B > B_{c0}$ приводит к восстановлению ЛФЖ поведения и частично-дырочной симметрии, поэтому асимметричная часть дифференциальной проводимости исчезает [51, 52]. Это предсказание находится в соответствии с данными экспериментов по измерению дифференциального сопротивления в присутствии магнитного поля, проведенных в $YbCu_{5-x}Al_x$ [58]. Представив дифференциальное сопротивление в виде суммы симметричной $dV/dI^s(V)$ и асимметричной $dV/dI^{as}(V)$ частей

$$dV / dI(V) = dV / dI^{s}(V) + dV / dI^{as}(V),$$

получим уравнение

$$\Delta \sigma_d(V) \simeq -\frac{dV/dI^{as}(V)}{\left[dV/dI^s(V)\right]^2}.$$
(38)

При выводе уравнения (38), мы предположили, что $dV / dI^{s}(V) \gg dV / dI^{as}(V)$. На рис. 15 [58] показана температурная зависимость (a) симметричной $dV / dI^{s}(V)$ и (b)



Рис. 13. Дифференциальная проводимость $\sigma_d(V)$, измеренная в случае точечных контактов Au/CeCoIn₅. Графики функции $\sigma_d(V)$ сдвинуты вдоль вертикальной оси на 0.05. Проводимость нормирована на значение проводимости при V = -2 mV. Асимметрия становится заметной при температуре T < 45 К и возрастает с уменьшением температуры [57].



Рис. 14. Асимметричная проводимость $\Delta \sigma_d(V)$ как функция V / μ , приведена для трех значений температуры, T / μ (нормированы на μ). Асимметричная проводимость, полученная из данных приведенных на рис. 13, показана на вставке.

асимметричной $dV/dI^{as}(V)$ частей при отсутствии магнитного поля. В случае гетероконтакта поведение симметричной части не показывает уменьшения $\rho(T)$, в то время как асимметричная часть уменьшается при увеличении температуры [58]. Из рис. 15 видно, что поведение асимметричной части дифференциального сопротивления, задаваемой уравнениями (37) и (38), согласуется с данными экспериментов.



Рис. 15. Температурная зависимость (а) симметричной $dV / dI^s(V)$ и (b) асимметричной $dV / dI^{as}(V)$ частей dV / dI(V) для гетероконтакта $YbCu_{3.5}Al_{1.5} - Cu$ при B = 0 Т и различных температур, показанных стрелками. На вставке представлено общее сопротивление $\rho(T)$ для $YbCu_{3.5}Al_{1.5}$ [58].

Из рис. 16 [58] следует, что увеличение магнитного поля подавляет асимметричную часть. Следовательно, наложение магнитного поля разрушает НФЖ поведение и восстанавливает как ЛФЖ состояние, так и частично-дырочную симметрию. В соответствии с этим можно заключить, что частично-дырочная симметрия макроскопически нарушена в отсутствии магнитных полей, а наложение магнитных полей восстанавливает как ЛФЖ состояние, так и частично-дырочная симметрия в отсутствии магнитных полей, а наложение магнитных полей восстанавливает как ЛФЖ состояние, так и частично-дырочную симметрию. Из рисунков 15 и 16 видно, что асимметричная часть демонстрирует линейную зависимость как функция напряжения при V < 1mV [58] в соответствии с предсказанием [51].

4.2. Сверхпроводящее состояние

Туннельная проводимость может оставаться асимметричной, когда высокотемпературный сверхпроводник или рассматриваемый металл с ТФ переходят из нормального в сверхпроводящее состояние. Причина этого состоит в том, что функция $n_0(p)$ снова определяет дифференциальную проводимость.

Отметим, что $n_0(p)$ заметно не искажается спаривательным взаимодействием, которое является относительно слабым по сравнению с взаимодействием Ландау, формирующим



Рис. 16. Поведение асимметричной части $dV / dI^{as}(V)$ дифференциальной проводимости в магнитных полях, указанных в пояснении к рисунку, для гетероконтактов с различными x = 1.3, 1.5, и 1.75 при T = 1.5 К [58].

функцию распределения $n_0(p)$. Поэтому асимметричная часть проводимости почти не изменяется при $T \le T_c$, что находится в согласии с экспериментами, (см. рис. 13). При вычислении проводимости, измеряемой при помощи туннельного микроскопа, необходимо учесть, что плотность состояний в сверхпроводящей фазе,

$$N_{s}(E) = N(\varepsilon - \mu) \frac{E}{\sqrt{E^{2} - \Delta^{2}}},$$
(39)

определяет проводимость, которая при $E \leq |\Delta|$ равна нулю. Здесь E — энергия квазичастицы, заданная соотношением

$$E(\boldsymbol{p}) = \sqrt{\xi^2(\boldsymbol{p}) + \Delta^2(\boldsymbol{p})},\tag{40}$$

 $\varepsilon - \mu = \sqrt{E^2 - \Delta^2}$. Из уравнения (39) следует, что туннельная проводимость может быть асимметричной, если плотность состояний в нормальном состоянии $N(\varepsilon)$ асимметрична по отношению к ферми-уровню [59], как это имеет место в случае сильнокоррелированных ферми-систем с ФК. Наши вычисления плотности состояний, основанные на модельном функционале (6) и с теми же параметрами, какие использовались при вычислении проводимости $\Delta \sigma_d(V)$, приведенной на рис. 14, подтверждают этот вывод.

На рис. 17 представлены вычисления плотности состояний $N(\xi,T)$. Из рис. 17 видно, что $N(\xi,T)$ существенно асимметрична относительно уровня Ферми. Если рассматриваемая система находится в сверхпроводящем состоянии, то значения нормированной температуры, приведенные в правом верхнем углу рис. 17, можно связать с Δ_1 . Принимая во внимание, что $\Delta_1 \simeq 2T_c$, получаем $2T/\mu \simeq \Delta_1/\mu$. Так как $N(\xi,T)$ асимметрична, первая производная $\partial N(\xi,T)/\partial \xi$ у ферми-уровня не равна нулю, и при малых значениях ξ , $N(\xi,T)$ может быть записана как $N(\xi,T) \simeq a_0 + a_1\xi$. Коэффициент a_0 не дает вклада в асимметричную часть. $\Delta \sigma_d(V)$, очевидно, определяется коэффициентом a_1 , который $a_1 \propto M^*(\xi=0)$. В свою очередь, $M^*(\xi=0)$ определяется соотношением

$$M_{FC}^* \simeq p_F \frac{p_f - p_i}{2\Delta_1}.$$
(41)

В результате из уравнения (39) получаем:

$$\Delta \sigma_d(V) \sim c_1 \frac{V}{|\Delta|} \frac{S_0}{x_{FC}},\tag{42}$$

поскольку $(p_f - p_i) / p_F \simeq S_0 / x_{FC}$, энергию *E* заменяем на *V*, и $\xi = \sqrt{V^2 - \Delta^2}$. В (42) энтропия S_0 относится к нормальному состоянию металла с тяжелыми фермионами.

Отметим, что (42) по сути совпадает с (37), если учтем, что характерная энергия для сверхпроводящего состояния определяется равенством

$$E_0 = \varepsilon(\boldsymbol{p}_f) - \varepsilon(\boldsymbol{p}_i) \simeq p_F \frac{(p_f - p_i)}{M_{FC}^*} \simeq 2\Delta_1$$
(43)

и не зависит от температуры. При изучении универсального поведения асимметричной проводимости формула (42) удобнее, чем расчеты, основанные на формуле (39). Из формул (37) и (42) следует, что измерения транспортных свойств (асимметричной части проводимости) позволяют определять термодинамические свойства нормальной фазы, связанные с энтропией S_0 . Из уравнения (42) видно, что асимметричная часть дифференциальной туннельной проводимости становится сравнимой с дифференциальной туннельной проводимости становится сравнимой с дифференциальной туннельной проводимостью при $V \sim 2 |\Delta|$, если ФК занимает заметную часть объема Ферми, $(p_f - p_i) / p_F \simeq 1$. В случае *d*-волновой симметрии щели правая часть (42) должна быть усреднена по распределению цели $\Delta(\phi)$, где ϕ – угол. Эта процедура не представляет труда и сводится к переопределению величины щели или константы c_1 . В результате (42) будет применимо и при $V < \Delta_1$, где Δ_1 – максимальное значение *d*-волновой щели [52]. При Андреевском отражении, когда ток отличен от нуля при любых малых значениях V, формула (42) применима при $V < \Delta_1$ и в случае *s*-волновой щели.

Из рис. 18 видно, что асимметричная часть $\Delta \sigma_d(V)$ проводимости остается постоянной вплоть до температур $T \simeq T_c$. При малых напряжениях асимметричная часть является линейной функцией V и начинает убывать при $T \ge T_c$. Из рис. 18 следует, что описание асимметричной части, следующее из уравнений (37) и (42), согласуется с данными экспериментов в CeCoIn₅.

Неоднородность в плотности распределения электронов в $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ была обнаружена в низкотемпературных измерениях с использованием туннельной микроскопии и спектроскопии [60]. Эта неоднородность проявляется как пространственное изменение в локальной плотности состояний в низко энергетической части спектра и в величине сверхпроводящей щели. Неоднородность, наблюдаемая в интегральной локальной плотности состояний, вызвана не примесями, а свойственна природе системы. Наблюдения позволили связать величину интегральной локальной плотности состояний с концентрацией *x* локальных добавок кислорода.

Пространственные изменения туннельной дифференциальной проводимости показаны на рис. 19. Видно, что туннельная дифференциальная проводимость сильно асимметрична



Рис. 17. Плотность состояний $N(\xi,T)$ как функция переменной $\xi = (\varepsilon - \mu) / \mu$, вычисленная при трех значениях нормированной на μ температуры T.



Рис. 18. Температурная зависимость асимметричной части $\Delta \sigma_d(V)$ проводимости, полученная из измерений в $CeCoIn_5$ [57]. Температуры либо выделены рамками и указаны стрелками для $T \leq 2.60$ К, либо обозначены около соответствующих кривых.

в сверхпроводящем состоянии соединения $\operatorname{Bi}_2 Sr_2 CaCu_2 O_{8+x}$. Туннельная дифференциальная проводимость, показанная на рис. 19, может рассматриваться как измеренная при разных значениях $\Delta_1(x)$, но при одной и той же температуре, что позволяет изучить зависимость $\Delta \sigma_d(V)$ от величины $\Delta_1(x)$. На рис. 20 приведены графики асимметричной проводимости, полученные из данных, показанных на рис. 19. Видно, что при малых значениях V и в соответствии с (42) $\Delta \sigma_d(V)$ есть линейная функция напряжения, а наклон соответствующих прямых линий $\Delta \sigma_d(V)$ обратно пропорционален величине щели Δ_1 . Величины Δ_1 указаны в подписи к рис. 19.

На рис. 21 показано изменение асимметричной части проводимости $\Delta \sigma_d(V)$ с ростом температуры. Измерения были проведены на $YBa_2Cu_3O_{7-x}/La_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$ с $T_c \simeq 30$ К



Рис. 19. Пространственное изменение туннельной дифференциальной проводимости, измеренной на $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$. Кривые 1 и 2 относятся к областям, где интегральная локальная плотность состояний является очень малой. Низкая дифференциальная проводимость и отсутствие сверхпроводящей щели являются показателями изолятора. Кривая 3 соответствует большой щели величиной 65 meV со слабо выраженными пиками. Интегральная величина локальной плотности состояний для кривой 3 является малой, но больше, чем для кривых 1 и 2. Кривая 4 – для щели размером 40 meV; такая величина является близкой к средней величине распределения щели. Кривая 5 соответствует максимальной интегральной локальной плотности состояний и наименьшей щели 25 meV и имеет два острых когерентных пика [60].



Рис. 20. Асимметричная часть $\Delta \sigma_d(V)$ туннельной дифференциальной проводимости, измеренная в ВТСП В $i_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ и извлеченная из данных, приведенных на рис. 19, показана как функция напряжения V (mV). Номер графика на рисунке соответствует номеру графика на рис. 19, из которого были получены данные для построения этого графика.

[61]. Видно, что при $T < T_c$ и в области линейной зависимости от V, асимметричная часть проводимости $\Delta \sigma_d(V)$ слабо зависит от температуры; такое поведение соответствует (42). При $T > T_c$, наклон прямых участков графиков $\Delta \sigma_d(V)$ убывает с ростом тем-



Рис. 21. Температурная зависимость асимметричной части $\Delta \sigma_d(V)$ проводимости получена в измерениях на $YBa_2Cu_3O_{7-x} / La_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$ в рамках контактной спектроскопии; критическая температура $T_c \simeq 30$ К [61]. Величины температур, при которых проводились измерения, приведены в верхнем правом углу рисунка.

пературы, это поведение воспроизводится формулой (37). Можно заключить, что описание универсального поведения асимметричной части проводимости $\Delta \sigma_d(V)$, основанное на теории ФККФП, находится в хорошем согласии с экспериментами, представленными на рисунках 14, 15, 16, 18, 20, и 21 и справедливо как для ВТСП, так и для металлов с тяжелыми фермионами.

5. Нарушение закона Видеманна-Франца в металлах с тяжелыми фермионами

Еще в 1853 году немецкие физики Густав Видеманн и Рудольф Франц [62] открыли эмпирический закон, утверждающий, что для металлов при постоянной температуре отношение их тепловой проводимости $\kappa(T)$ к электрической проводимости $\sigma(T)$ – постоянная величина, $\kappa(T)/\sigma(T) = \text{const.}$ Позднее датский физик Людвиг Валентин Лоренц показал, что это отношение пропорционально температуре T, $\kappa(T)/\sigma(T) = LT$, где коэффициент пропорциональности L извесен как число Лоренца. То, что называется законом Видеманна-Франца (ВФ), на самом деле есть независимость числа Лоренца L от температуры. Считалось надежно установленным, что закон ВФ справедлив как для комнатных температур, так и для низких температур (несколько кельвинов); для промежуточных температур L = L(T).

Строго говоря, число Лоренца не зависит от температуры только для низких температур. Его теоретическая величина,

$$L_{0} = \lim_{T \to 0} \frac{\kappa(T)}{T\sigma(T)} = \frac{\pi^{2}}{3} \frac{k_{B}}{e^{2}}$$
(44)

(k_B и *е* – постоянная Больцмана и заряд электрона, соответственно) была вычислена Зоммерфельдом в 1927 [63], в приближении невзаимодействующих электронов, удовлетворяющих статистике Ферми-Дирака. Аналогичный результат был получен в теории ЛФЖ, что отражает только тот факт, что как тепловая, так и электрическая проводимости металлов определяются квазичастицами Ландау. Благодаря этому результату отклонение от закона ВФ может рассматриваться как свидетельство НФЖ поведения образца.

Действительно, на уравнение (44) обычно ссылаются как на закон Видеманна-Франца. Было показано, что при T = 0 уравнение (44) остается справедливым при относительно сильных столкновениях [64], разупорядочении [65] и взаимодействии [66]. Этот закон выполняется для обычных металлов [67-70] и не выполняется: для металлов с тяжелыми фермионами [22, 71, 72] CeNiSn и CeCoIn₅, для допированных электронами соединений [73] $\Pr_{2-r} \operatorname{Ce}_{r} \operatorname{CuO}_{4-r}$, и для недодопированных компаундов [74] YbBa₂ Cu₃O_r. В CeNiSn, экспериментальная величина приведенного числа Лоренца $L(T)/L_0 \sim 1.5$ немного меняется при T < 1 К. Это исключает возможный вклад фононов в нарушение закона ВФ. В допированном электронами соединении $\Pr_{2-x} \operatorname{Ce}_{x} \operatorname{CuO}_{4-y}$ отклонение L(T)относительно L_0 при T > 0.3 К также больше единицы [73], что превышает аналогичную величину для CeNiSn. Другие экспериментальные проверки закона ВФ предпринимались для нормального состояния сверхпроводящих купратов. Фазовая диаграмма таких соединений демонстрирует эволюцию от Моттовского изолятора недопированных материалов к металлам с поведением ферми-жидкости для случая допирования. Сдвиг в сторону увеличения $L/L_0 \simeq 2-3$ был измерен в недодопированных купратах при очень низких температурах [73, 74, 77]. В сильно допированных купратах было обнаружено, что закон ВФ строго выполняется [78].

Физический механизм нарушения закона ВФ обычно связывают с НФЖ поведением, обусловленным жидкостями Латтинжера или Лафлина [79-82] или со случаем маргинальной ферми-жидкости [83]. Однако в теории ЛФЖ существует другая возможность нарушения закона ВФ (44), которая реализуется в окрестности квантовых критических точек, где расходится эффективная масса M^* . Это происходит потому, что в ККТ спектр фермижидкости с конечной ферми-скоростью $v_F = p_F / M^*$ теряет смысл, так как в этом случае $v_{\rm F} \to 0$. В стандартных сценариях ККТ [38, 75, 84] расходимость эффективной массы связывается с исчезновением квазичастиц в одночастичных состояниях вблизи фазовых переходов второго рода. Соответствующий сценарий нарушения закона ВФ, связанный с критическими флуктуациями в окрестности критической точки фазового перехода второго рода, был предложен недавно [76]. В ряде работ было показано [3a, 85, 86], что стандартный сценарий ККТ не является корректным. Поэтому для описания отклонения L от величины ВФ для L₀, мы используем сценарий ККТ, в результате которого НФЖ поведение определяется ФККФП. Этот переход приводит к перестройке одночастичного спектра сильнокоррелированной электронной жидкости при условии сохранения квазичастичного описания в рамках расширенной парадигмы.

Поэтому, для теоретического описания нарушения закона ВФ в рамках формализма ФККФП существенно использовать хорошо известные соотношения теории ЛФЖ для тепловой и электрической проводимости при подстановке в них модифицированных в результате ФККФП одночастичных спектров. Такая теория была предложена в [87, 88]. Авторы показали, что вблизи ККТ число Лоренца $L_{QCP}(T=0) = 1.81L_0$, т.е. почти в два раза больше, чем аналогичная величина в теории ЛФЖ (44). Этот результат хорошо согласуется с экспериментальными величинами [71, 73]. Более того, функция $L(T)/L_0$ была вычислена для двух топологически различных фаз (см. Раздел 7) – фазы "айсбергов" и ФК [87, 88]. Теоретический расчет показал, что в обеих этих фазах наибольшее отклонение от закона ВФ наблюдается вблизи от ККТ [87,088]. При движении в сторону увеличения фазы "айсбергов" наблюдается восстановление "классического" закона ВФ, когда $L = L_0$, в то время как при движении в сторону увеличения ферми-конденсатной фазы число Лоренца не зависит от температуры при низких температурах, но его величина немного больше чем L_0 . Это происходит из-за нарушения симметрии частица-дырка в ФК фазе [51, 52, 89]. Недавно в ТФ металле *CeCoIn*₅ в окрестности ККТ экспериментально наблюдали нарушение анизотропии закона ВФ [72]. В этой работе вышеназванное ТФ соединение исследовалось экспериментально во внешних магнитных полях близких по величине к критическим значениям H_{c2} , разрушающим сверхпроводимость. При этих условиях было замечено, что закон ВФ нарушается. Это нарушение было анизотропным, что не может быть объяснено в рамках сценария разрушения квазичастиц. В то же время, вблизи ККТ достаточно большое магнитное поле порождало анизотропию электрической проводимости $\sigma_{ik} \propto \langle v_i v_k \rangle$ (v_i компоненты вектора групповой скорости) и теплопроводности $\kappa_{ik} \propto \langle \varepsilon(\boldsymbol{p})v_i v_k \rangle$ вещества. Причиной этого было то, что магнитное поле не влияет на *z*компоненты групповой скорости *v*, поэтому около ККТ *T*-зависимость транспортных коэффициентов сохраняется, вызывая нарушение закона ВФ $L_{zz} = \sigma_{zz} / T \kappa_{zz} = \pi^2 k_B / 3e^2$. С другой стороны, магнитное поле значительно искривляет траекторию движения частиц в плоскости перпендикулярной полю, вызывая заметное увеличение *x* и *y* компонент групповой скорости, и соответствующие компоненты L_{ik} не отличаются значительно от величин ВФ.

Таким образом, перестройка (уплощение) одночастичного спектра $\varepsilon(p)$ сильнокоррелированной электронной системы существенно изменяет ее транспортные свойства, особенно за точкой ФККФП из-за нарушения частично-дырочной симметрии. Кроме того, в топологически другой фазе "айсбергов" закон ВФ так же нарушается в окрестности ККТ. Результаты теоретического [87] и экспериментального изучения показывают, что сценарий ФККФП с последующим появлением либо "айсберговой", либо ФК фаз дает естественное и универсальное объяснение НФЖ изменений транспортных свойств ТФ соединений и нарушения закона ВФ в частности.

6. Влияние ФККФП на фазовые переходы в металлах с тяжелыми фермионами

Микроскопическая природа квантовой критичности, определяющая НФЖ поведение в сильнокоррелированных фермионных системах различного вида все еще остается не совсем ясной. Много загадочных и общих экспериментальных особенностей в таких внешне различных системах, как (2D) электронные системы и жидкий ³ He, (3D) металлы с тяжелыми фермионами и высокотемпературные сверхпроводники, свидетельствуют о том, что существует скрытый фундаментальный закон природы. Для того, чтобы выявить этот скрытый закон, необходимо "спроектировать" микроскопические свойства перечисленных веществ на их макроскопические, наблюдаемые характеристики. Одной из таких "проекций" является влияние ФККФП на обычные фазовые переходы в ТФ металлах. Как было показано в подразделе 2.3, основной особенностью этого рассмотрения является индуцированное магнитным полем превращение сверхпроводящего фазового перехода второго рода в переход первого рода [25, 26, 29]. Аналогичное изменение рода фазового перехода справедливо и для магнитных фазовых переходов.

Экспериментальное исследование антиферромагнитного (АФ) фазового перехода в $YbRh_2Si_2$ выявило наличие резкого пика в низкотемпературной удельной теплоемкости. Этот пик характеризуется критическим показателем $\alpha = 0.38$, что существенно отличается от результата, полученного в рамках традиционной флуктуационной теории фазовых переходов второго рода [90], где $\alpha \simeq 0.1$ [8]. Полученная большая величина α породила сомнения в применимости традиционной теории и поставила серьезную задачу перед теориями, описывающими фазовые переходы второго рода в ТФ металлах [90]. В результате, были предприняты попытки объяснить нарушение критической универсальности в терминах трикритической точки [91-94].

Замечательной особенностью ФККФП является то, что он оказывает глубокое влияние на фазовые переходы второго рода, происходящие в НФЖ области, сформированной

ФККФП: кривая фазового перехода второго рода переходит в кривую фазового перехода первого рода в трикритической точке, что приводит к нарушению критической универсальности флуктуационной теории. Например, как было показано в подразделе (9.9), Части 1, обзора, сверхпроводящий фазовый переход второго рода в *CeCoIn*₅ изменяется на переход первого рода в НФЖ области.

6.1. Сравнение B-T фазовых диаграмм для $YbRh_2Si_2$ и $CeCoIn_5$

B-T фазовая диаграмма для $YbRh_2Si_2$ показана на рис. 22, кривая T_{NL} представляет температуру $T_{NL}(B)/T_{N0}$ как функцию магнитного поля B/B_{c0} , где $T_{N0} = T_{NL}(B=0)$. Здесь $T_{NL}(B)$ является температурой Нееля в зависимости от магнитного поля B. Непрерывная и штрихованная линии обозначают границу АФ фазы $B/B_{c0} \le 1$ [9]. Для $B/B_{c0} \ge 1$ штрих-пунктирная линия обозначает верхний предел наблюдаемого ЛФЖ поведения. Эта штрих-пунктирная линия, определяемая уравнением (13), разделяет НФЖ состояние и слабо поляризованное ЛФЖ состояние, и в этом случае представляется выражением

$$\frac{T^*}{T_{NL}} = a_1 \sqrt{\frac{B}{B_{c0}} - 1},$$
(45)

где a_1 – параметр. Отметим, что уравнение (45) находится в хорошем согласии с данными экспериментов [9]. Фазовая диаграмма YbRh₂Si₂ содержит две области ЛФЖ состояния: первая, где зависящее от температуры электрическое сопротивление $\Delta \rho$ следует ЛФЖ поведению $\Delta \rho \propto T^2$, имеет слабый АФ порядок при ($B \le B_{c0}$ и $T < T_{NL}(B)$), и вторая характеризуется слабо поляризованным состоянием при ($B \ge B_{c0}$ и $T < T^*(B)$) [9].

При повышении температуры и постоянном магнитном поле (положение системы определено вертикальной стрелкой на фазовой диаграмме рис. 22) возникает НФЖ состояние, которое отделено от АФ фазы кривой $T_{\scriptscriptstyle NL}$ фазового перехода. В соответствии с данными экспериментов, предположим, что при относительно высоких температурах $T/T_{_{NI}}(B) \simeq 1$ АФ фазовый переход является фазовым переходом второго рода [9, 90]. В этом случае энтропия остается непрерывной функцией при пересечении линии фазового перехода T_{NL} , показанной на рис. 22. Это значит, что энтропия АФ фазы $S_{AF}(T)$ совпадает с энтропией $S_{NFL}(T)$ НФЖ состояния. АФ имеет ЛФЖ поведение, то есть $S_{AF}(T \to 0) \to 0$, но $S_{NFI}(T)$ содержит температурно-независящее слагаемое, задаваемое уравнением (3). Поэтому в НФЖ области, сформированной ФККФП, уравнение (14) не может быть удовлетворено при уменьшении температуры, и АФ фазовый переход второго рода преобразуется в переход первого рода в трикритической точке, при $T = T_{cr}$, как показано на рис. 22. При T = 0 теплота перехода q = 0, как было показано в подразделе 2.1, поэтому критическое поле B_{c0} определяется из условия, что энергия основного состояния АФ фазы совпадает с энергией основного состояния слабо поляризованной ЛФЖ, и основное состояние $YbRh_2Si_2$ становится вырожденным при $B = B_{c0}$. Поэтому температура Нееля $T_{NL}(B \to B_{c0}) \to 0$. Это означает, что при T = 0 система, двигаясь вдоль горизонтальной оси, показанной на рис. 22, переходит в ее парамагнитное состояние, когда наложенное магнитное поле достигнет своего критического значения $B = B_{c0}$ и станет немного больше $B = B_{c0} + \delta B$, где δB есть бесконечно малая добавка магнитного поля, при которой коэффициент Холла испытывает скачок, как следует из уравнения (14) [95].

Сравнивая фазовую диаграмму для $YbRh_2Si_2$, представленную на рис. 22, с фазовой диаграммой для $CeCoIn_5$, представленной на рис. 33, части 1, обзора, можно заключить, что они одинаковы по многим признакам. А именно, линия сверхпроводящего фазового перехода второго рода превращается в линию фазового перехода первого рода в трикритической точке, обозначенной квадратом на рис. 33, части 1, обзора. Это превращение происходит при наложении магнитных полей $B > B_{c2} \ge B_{c0}$ (см. подразделы (9.9), Части 1,



Рис. 22. Схематическая T - B фазовая диаграмма $YbRh_2Si_2$. Непрерывная и штриховая T_{NL} линии разделяют АФ и НФЖ состояния, представляя зависящую от магнитного поля температуру Нееля. Черная точка при $T = T_{cr}$, указанная стрелкой на штриховой линии, является трикритической точкой, где кривая фазового перехода второго рода, обозначенная сплошной линией, переходит в кривую первого рода. При $T < T_{cr}$ штриховая линия представляет зависящую от магнитного поля температуру Нееля, при которой происходит фазовый переход первого рода. НФЖ состояние характеризуется энтропией S_0 , задаваемой уравнением (4). Штрих-пунктирная линия, разделяя НФЖ состояние и слабо-поляризованное ЛФЖ состояние, представляет T^* , задаваемую уравнением (45). Горизонтальная стрелка представляет направление, вдоль которого система переходит из области НФЖ в область ЛФЖ поведения при увеличении магнитного поля и постоянной температуре. Вертикальная стрелка символизирует направление, вдоль которого система движется из области ЛФЖ поведения в область НФЖ поведения при увеличении температуры и постоянном магнитном поле. Заштрихованные окружности изображают переходную температуру между НФЖ и ЛФЖ областями.

обзора и (2.3)), где B_{c2} есть критическое поле, разрушающее сверхпроводящее состояние, а B_{c0} есть критическое магнитное моле, при котором возникает индуцированная магнитным полем ККТ [20, 25]. Отметим, что линия сверхпроводящих фазовых переходов $B_{c2}(T)$ при понижении температуры получает трикритическую точку в соответствии с уравнением (14), которое не может быть удовлетворено при уменьшении температуры $T \leq T_{cr}$, и поэтому соответствующий фазовый переход становится переходом первого рода [25]. Это позволяет нам заключить, что при низких температурах в НФЖ области, сформированной ФККФП, любая кривая фазового перехода второго рода превращается в кривую фазового перехода первого рода в трикритической точке.

6.2. Трикритическая точка в B-T фазовой диаграмме $YbRh_2Si_2$

Теория Ландау фазовых переходов второго рода хорошо работает в окрестности трикритических точек, $T \simeq T_{cr}$, поскольку учет флуктуаций приведет лишь к логарифмическим поправкам к величинам критических индексов [8]. В результате, при использовании теории Ландау оказывается, что коэффициент Зоммерфельда $\gamma_0 = C/T$ изменяется как $\gamma_0 \propto |t-1|^{-\alpha}$, где $t = T/T_{NL}(B)$, с показателем $\alpha \simeq 0.5$ при приближении к трикритической точке при постоянном магнитном поле [8]. Далее мы увидим, что $\alpha = 0.5$ дает хорошее описание результатов измерений теплоемкости в YbRh₂Si₂. Учитывая, что теплоемкость



Рис. 23. Нормированный коэффициент Зоммерфельда γ_0 / A_+ как функция нормированной температуры $t = T / T_{N0}$ задан формулой (46) и показан непрерывной линией. γ_0 / A_+ , полученный из измерений на $YbRh_2Si_2$ при АФ фазовом переходе [90], показан треугольниками.

$$\gamma_0(t) = A_1 + \frac{B_1}{\sqrt{|t-1|}}.$$
(46)

Здесь $B_1 = B_{\pm}$ – коэффициент, который различен для двух сторон фазового перехода. Параметр $A_1 = A_{\pm}$ определяет теплоемкость $(C/T)_{\pm}$, различен для двух сторон фазового перехода и имеет знак "+" при t > 1, знак "-" при t < 1.

На рис. 23 представлена подгонка экспериментальных точек для $\gamma_0 = C(T)/T$ функцией (46). Измерения проводились на $YbRh_2Si_2$ при АФ фазовом переходе в нулевом магнитном поле [90]. На этом рисунке представлен нормированный коэффициент Зоммерфельда γ_0/A_+ как функция нормированной температуры $t = T/T_{N0}$. Видно, что нормированный коэффициент Зоммерфельда γ_0/A_+ , полученный из измерений C/T на $YbRh_2Si_2$ [90], хорошо описывается в окрестности АФ фазового перехода с помощью формулы (46), где $A_+ = 1$.

Преобразуем уравнение (46) к форме

$$\frac{\gamma_0(t) - A_1}{B_1} = \frac{1}{\sqrt{|t-1|}}.$$
(47)

Из уравнения (47) следует, что $(\gamma_0 - A_1)/B_1$ для t < 1 и t > 1 как функция |1-t| сводится к линии при построении графика в двойной логарифмической шкале. Полученные из экспериментальных данных [90] значения $(\gamma_0 - A_1)/B_1$ представлены на рис. 24, коэффициенты A_1 и B_1 взяты из подгонки γ_0 , приведенной на рис. 23. Из рис. 24 видно, что значения $(\gamma_0 - A_1)/B_1$, показанные прямыми и перевернутыми треугольниками для t < 1 и t > 1, соответственно, хорошо аппроксимируются прямой сплошной линией.

Здесь уместно сделать несколько замечаний. Хорошая подгонка экспериментальных точек с помощью функций (46) и (47) с критическим показателем $\alpha = 1/2$, показанная на рисунках 23 и 24, указывает, что измерения теплоемкости на YbRh₂Si₂ [90] проводились вблизи трикритической точки, и предсказать, что фазовый АФ переход второго рода изменится на фазовый переход первого рода при наложении магнитного поля, как показано



Рис. 24. Температурная зависимость $(\gamma_0 - A_1) / B_1$ для t < 1 и t > 1 как функции |1 - t|, задаваемая формулой (47), представлена линией. Значения $(\gamma_0 - A_1) / B_1$, полученные из измерений γ_0 на $YbRh_2Si_2$, при АФ фазовом переходе [90], показаны треугольниками.

стрелкой на рис. 22 [12]. Из рис. 23 видно, что при $t \simeq 1$ наблюдается острый пик, с другой стороны, обычный пик в теплоемкости, связанный с возникновением магнитного упорядочивания, должен быть широким [90, 96, 97]. Появление острого пика является характерным признаком того, что фазовый переход изменится на переход первого рода в трикритической точке, как показано на рис. 22. Из рис. 23 видно, что коэффициент Зоммерфельда больше в упорядоченной фазе, чем в разупорядоченной. Такое поведение соответствует теории фазовых переходов Ландау указывающей, что теплоемкость увеличивается при переходе из области t > 1 в t < 1 [8].

6.3. Энтропия YbRh,Si, при низких температурах

Полезно проанализировать изменение магнитной энтропии в $YbRh_2Si_2$ при низких температурах. Начнем с рассмотрения производной магнитной энтропии dS(B,T)/dB как функции магнитного поля *B* при постоянной температуре T_f , когда система переходит от НФЖ поведения к ЛФЖ поведению, как показано горизонтальной стрелкой на рис. 22. Количественный анализ скейлингового поведения dS(B,T)/dB приведен в подразделе (9.4.4), Части 1, обзора, где на рис. 23, Части 1, обзора представлена нормированная $(dS/dB)_N$ как функция нормированного магнитного поля. Из этого рисунка видно, что вычисления, представленные сплошной линией, находятся в хорошем согласии с измерениями, и нормированная функция $(\Delta M / \Delta T)_N$, полученная из экспериментальных данных, демонстрирует скейлинговое поведение в широкой области изменения B/B_M . Другие термодинамические и транспортные свойства $YbRh_2Si_2$, проанализированные в разделе (9) Части 1, обзора, также хорошо согласуются с экспериментами.

Рассмотрим энтропии *S* электронной системы $YbRh_2Si_2$ при температурах $T \leq T^*$. При $T < T^*$ система находится в ЛФЖ состоянии, эффективная масса является функцией магнитного поля *B*. Уравнение (12) приобретает вид

$$\frac{M}{M^*(B)} = a_2 \sqrt{\frac{B}{B_{c0}}} - 1,$$
(48)

где a_2 – параметр. В состоянии ЛФЖ при $T < T^*$, когда система движется на B - T фазовой плоскости вдоль вертикальной стрелки, показанной на рис. 22, энтропия выражается с помощью хорошо известного соотношения, $S = M^*T\pi^2 / p_F^2 = \gamma_0 T$ [8]. Учитывая уравнения (45) и (48), получаем, что при $T \simeq T^*(B)$ энтропия не зависит от температуры и магнитного поля, $S(T^*) \simeq \gamma_0 T^* \simeq S_0 \simeq a_1 M T_{NL} \pi^2 / (a_2 p_F^2)$. Используя данные работы [9], получаем, что для полей, направленных вдоль жесткого магнитного направления $S_0(B_{c0}||c) \sim 0.03R \ln 2$, а для полей, направленных вдоль мягкого магнитного направления, $S_0(B_{c0} \perp c) \sim 0.005R \ln 2$. Таким образом, в соответствии с экспериментальными данными, полученными в YbRh₂Si₂ [9], можно заключить, что энтропия содержит температурно-независимое слагаемое S_0 [17, 31], которое порождает трикритическую точку.

В заключение этого раздела, заметим, что теория является необходимым инструментом для понимания экспериментальных данных: полученное значение α находится в хорошем согласии с измерениями теплоемкости в $YbRh_2Si_2$ из чего заключаем, что критическая универсальность флуктуационной теории нарушается при AФ фазовом переходе, поскольку фазовый переход второго рода превращается в фазовый переход первого рода, и $\alpha \rightarrow 1/2$; в НФЖ области, сформированной ФККФП, линия любых фазовых переходов второго рода переходов переходов переход второго рода переходов переходов второго рода переходит в линию фазовых переходов первого рода в трикритической точке, что приводит к нарушению критической универсальности флуктуационной теории. Это превращение порождается температурно-независимым слагаемым S_0 энтропии, возникающей в результате ФККФП.

7. Топологические фазовые переходы, связанные с ФККФП

В предыдущих разделах в рамках расширенной парадигмы квазичастиц была рассмотрена структура ферми-поверхности системы, находящейся за ККТ. Было показано, что при T = 0 реализуется сценарий, при котором образуется ФК, заявляющий о себе появлением абсолютно плоского участка в одночастичном спектре.

В этом разделе рассмотрим различные типы неустойчивостей, определяемых появлением многосвязной ферми-поверхности нормальной ферми-жидкости и связанных с возмущением исходного спектра квазичастиц $\varepsilon(p)$ и чисел заполнения n(p) [85, 98-100]. В зависимости от параметров и аналитических свойств амплитуды Ландау такие неустойчивости могут привести к нескольким возможным типам перестройки исходного состояния ферми-поверхности. Эта перестройка приводит к топологически различным фазам. Одна из них – ФК, который описан ранее, другие принадлежат к классу топологических переходов (ТП) и будут называться фазой "айсбергов", когда при T = 0 функция распределения состоит из ряда прямоугольников – "айсбергов".

Мы проанализируем устойчивость фермионной системы с модельным отталкивающим взаимодействием Ландау и покажем, что амплитуда Ландау, задаваемая экранированным взаимодействием Кулона, не порождает ФК фазы, а генерирует ТП [98]. Мы построим фазовую диаграмму "параметр экранирования-константа связи", демонстрирующую два типа ТП: 5/2-тип, аналогичный известному фазовому переходу Лифшица в металлах, и 2-тип, характерный для однородных сильно взаимодействующих систем.

Основное состояние изотропной ЛФЖ с плотностью ρ_x описывается при нулевой температуре ступенчатой функцией Ферми $n_F(p) = \theta(p_F - p)$. В теории ЛФЖ утверждается, что функция распределения квазичастиц n(p) и соответствующий ей одночастичный спектр $\varepsilon(p)$ строятся так же, как для идеального ферми-газа при замене в них массы фермиона *m* на эффективную массу M^* [30]. Эти $n_F(p)$ и $\varepsilon(p)$ могут стать неустойчивыми при некоторых условиях. Хорошо известен случай куперовского спаривания при относительно слабом притяжении с образованием конденсата из пар. Однако, достаточно сильное отталкивание тоже может приводить к необычному основному состоянию. Примером такой перестройки для ферми-систем является ФК [1]. Напомним, что в этом слу-



Рис. 25. Схематические графики одночастичного спектра $\mathcal{E}(p)$ (**a**) и чисел заполнения n(p) (**b**), соответствующих ЛФЖ-фазе (кривая 1), ФК-фазе (кривая 2) и фазе "айсбергов" (кривая 3) при T = 0. Для ЛФЖ уравнение $\mathcal{E}(p) = \mu$ имеет один корень при $p = p_F$. Для фазы "айсбергов" это уравнение имеет счетное множество корней $p_1...p_N...$, для ФК-фазы корни занимают целый интервал $(p_f - p_i)$. Отметим, что $p_i < p_F < p_f$ и состояния, когда $\mathcal{E}(p) < \mu$, заполнены (n=1), а состояния при $\mathcal{E}(p) > \mu$ пусты (n=0).

чае функция распределения n(p) изменяется непрерывно от 1 до 0, а одночастичный спектр возбуждений $\varepsilon(p)$ имеет плоское плато. Уравнение (1) свидетельствует о том, что корни уравнения $\varepsilon(p) = \mu$ образуют несчетное множество в области $p_i \le p \le p_f$, см. рис. 25. Из уравнения (1) видно, что числа заполнения n(p) становятся вариационными параметрами и отклоняются от ферми-ступеньки, минимизируя энергию E.

Другой тип фазового перехода, фаза "айсберга", происходит, когда уравнение $\varepsilon(p) = \mu$ имеет счетное множество корней, конечное или бесконечное. В этом случае, как показано на рис. 25, ферми-сфера становится многосвязной. Отметим, что многосвязная фермисфера была рассмотрена в [99, 100].

Рассмотрим функционал Ландау E(n(p))

$$E(n(p)) = \int \frac{p^2}{2M} n(p) \frac{dp}{(2\pi)^3} + \frac{1}{2} \iint n(p) U(|p - p'|) n(p') \frac{dp dp'}{(2\pi)^6},$$
(49)

из которого с использованием

$$\varepsilon(\boldsymbol{p},T) = \frac{\delta E[n(\boldsymbol{p},T)]}{\delta n(\boldsymbol{p},T)}$$
(50)

легко получить соответствующий ему закон дисперсии квазичастиц:

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2M} + \int U(|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|) n(p') \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3}.$$
(51)

Выполняя интегрирование по углам и переходя к безразмерным переменным: $x = p / p_F$, $y = y(x) = 2M\varepsilon(p) / p_F^2$, $z = 2\pi^2 ME / p_F^5$, уравнения (49) и (51) могут быть представлены в более простой форме:

$$z[\nu(x)] = \int [x^4 + \frac{1}{2}x^2 V(x)]\nu(x)dx,$$
(52)

$$y(x) = x^2 + V(x),$$
 (53)

где

$$V(x) = \frac{1}{x} \int x' v(x') u(x, x') dx',$$

$$u(x, x') = \frac{M}{\pi^2 p_F} \int_{|x-x'|}^{x+x'} u(t) t dt.$$
 (54)

Здесь $u(x) \equiv U(p_F x)$, и функция распределения $v(x) \equiv n(p_F x)$ положительна и удовлетворяет условию нормировки

$$\int x^2 \nu(x) dx = 1/3,$$
(55)

а также принципу Паули: $v(x) \le 1$. Используя подстановку: $v(x) = [1 + \tanh \eta(x)]/2$, получаем, что основное состояние системы соответствует минимуму функционала:

$$f[\eta(x)] = \int [1 + \tanh \eta(x)] \{x^4 - \mu x^2 + x'[1 + \tanh \eta(x')]u(x, x')dx'\}dx,$$
(56)

относительно варьирования вспомогательной функции $\eta(x)$, здесь μ – множитель Лагранжа. Из (56) следует, что необходимое условие экстремума $\delta f = 0$ имеет вид:

$$x^{2}\nu(x)[1-\nu(x)][y(x)-\mu] = 0.$$
(57)

Очевидно, что либо v(x) принимает только значения 0 и 1, либо закон дисперсии задан уравнением: $y(x) = \mu$ [1], в соответствии с (1). Второй случай соответствует ФК. Из уравнения (1) следует, что одночастичный спектр ε_p не может быть аналитической функцией комплексной величины p в области, содержащей интервал импульсов $\Delta p = [p_1, p_2]$. Поскольку все производные $\varepsilon(p)$ по p должны равняться нулю в Δp и быть отличными от нуля вне интервала Δp . Например, в модели с ФК с потенциалом взаимодействия $U(p) = U_0 / p$ [1] ядро уравнения (54) неаналитично:

$$u(x,x') = \frac{MU_0}{\pi^2 p_F} (x + x' + |x - x'|),$$
(58)

что приводит к неаналитичности потенциала V(x). Из уравнения (53) следует, что одночастичный спектр будет аналитической функцией вдоль действительной оси, что обеспечивается аналитичностью функции V(x). В этом случае ФК запрещен, и при нарушении критерия устойчивости единственной возможностью является топологический переход (TT) от односвязной сферы Ферми к многосвязным сферам. Применяя технику сечений Пуанкаре, возможно анализировать условия последовательных отображений, порождаемых уравнением

$$\frac{\partial \varepsilon(\boldsymbol{p})}{\partial \boldsymbol{p}} = \frac{p}{m} + \int F(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}_1, n) \frac{\partial n(\boldsymbol{p}_1)}{\partial \boldsymbol{p}_1} \frac{d\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3},$$
(59)

для одночастичных спектров при нулевой температуре [85]. Если последовательность отображений сходится, формируется многосвязная ферми-поверхность. Если не сходится – Ферми поверхность занимает объем, который является мерой энтропии, связанной с формированием выделенных состояний системы, характеризующихся дробным заполнением одночастичных состояний и одночастичной энергией пропорциональной температуре, как следует из уравнения (11).

Состояния, связанные с образованием фазы айсбергов, классифицируются с помощью индексов связности функции v(x), известных в топологической алгебре как числа Бетти [101, 102]. Для изотропных систем эти числа нумеруют изолированные концентрические



Рис. 26. Функция чисел заполнения для многосвязного распределения.

слои ферми-сферы. В этом случае основному состоянию системы будет соответствовать многосвязное распределение, изображенное на рисунке 26 и описываемое выражением

$$\nu(x) = \sum_{i=1}^{n} \theta(x - x_{2i-1}) \theta(x_{2i} - x),$$
(60)

где параметры $0 \le x_1 < x_2 < \ldots < x_{2n}$ удовлетворяют условию нормировки

$$\sum_{i=1}^{n} (x_{2i}^3 - x_{2i-1}^3) = 1.$$
(61)

Функция z, заданная (52),

$$z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i}} x^2 [x^2 + y(x)] dx,$$
(62)

достигает абсолютного минимума в точках $x_1, ..., x_{2n-1}$ при натуральном $n \ge 1$. Для получения необходимых условий экстремума используем соотношения

$$\frac{\partial x_{2n}}{\partial x_k} = (-1)^{k-1} \left(\frac{x_k}{x_{2n}}\right)^2, 1 \le k \le 2n - 1,$$
(63)

и, принимая во внимание, что потенциал V(x) в законе дисперсии y(x) фактически зависит от параметров x_1, \ldots, x_{2n-1} , получаем:

$$V(x) = \frac{1}{x} \sum_{i=1}^{n} \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i}} x' u(x, x') dx'.$$
 (64)

Дифференцирование уравнения (62) по параметрам $x_1, ..., x_{2n-1}$ с использованием уравнений (63) и (64) дает необходимые условия экстремума в следующей форме

$$\frac{\partial z}{\partial x_k} = (-1)^k x_k^2 [y(x_k) - y(x_{2n})] = 0, 1 \le k \le 2n - 1.$$
(65)

Это значит, что многосвязное основное состояние контролируется следующим правилом единственности ферми-уровня: $y(x_k) = y(x_{2n})$ для всех $1 \le k \le 2n-1$ (кроме $x_1 = 0$). При условии, что закон дисперсии y(x) задан, все 2n-1 неизвестных параметра

 x_k могут быть найдены из уравнения (65). Затем, достаточные условия устойчивости, $\partial^2 z / \partial x_i \partial x_j = \gamma_i \delta_{ij}$, $\gamma_i > 0$, позволят получить обобщенный критерий устойчивости

$$\sigma(x) = 2Ms(p) = \frac{y(x) - y(x_{2n})}{x^2 - x_{2n}^2}.$$
(66)

Функция (66) должна быть положительной внутри заштрихованных областей, отрицательной внутри пустых областей, как показано на Рисунке (26), и обращаться в ноль на их границах, что следует из уравнения (65). Можно строго доказать, что для заданного аналитического ядра u(x,x'), этот критерий однозначно определяет основное состояние системы.

Каждое многосвязное состояние, заданное уравнением (60), обозначим целым числом, определяющим бинарную последовательность пустых и заштрихованных интервалов, начиная отсчет от x_{2n} и двигаясь к 0. Ферми-состояние с единственной заштрихованной областью ($x_2 = 1, x_1 = 0$) обозначается как единица (1) = 1. Состояние с пустым интервалом ("пора") в начале координат и заполненным на поверхности Ферми (заштрихованная область [x_2, x_1] и пустая область [$x_1, 0$]) обозначается как (10) = 2. Состояние с одиночной целью: (101) = 3, и т.д. Отметим, что все четные состояния имеют пустой интервал в начале координат, а нечетные – заполненный.

Для свободных фермионов V(x) = 0, $y(x) = x^2$ уравнение (65) имеет только тривиальное решение, соответствующее ферми состоянию 1, со ступенчатой функцией распределения. Для того, чтобы проиллюстрировать нетривиальную реализацию ТП, возьмем U(p), соответствующую обычному экранированному кулоновскому взаимодействию:

$$U(p) = \frac{4\pi e^2}{p^2 + p_0^2}.$$
(67)

Явное выражение для ядра с необходимыми для появления ТП свойствами имеет вид:

$$u(x,x') = \alpha \ln \frac{(x+x')^2 + x_0^2}{(x-x')^2 + x_0^2},$$
(68)

где $x_0 = p_0 / p_F$ – безразмерный параметр экранирования и $\alpha = 2Me^2 / \pi p_F$ – константа связи, достаточно большая для появления айсберговой фазы. Используя уравнения (64) и (68), потенциал V(x) можно выразить через элементарные функции [98]. Анализ уравнений (65) показывает, что их нетривиальные решения появляются только тогда, когда параметр α превышает некоторую критическую величину α^* . Существует два различных варианта нестабильности, зависящих от параметра экранирования x_0 , см. рис. 27. Для x_0 меньше некоторой пороговой величины x_{th} ≈ 0.32365 (режим слабого экранирования, WSR) точка неустойчивости x_i располагается в непосредственной близости к фермиповерхности: $1 - x_i \ll 1$, при $x_0 \rightarrow x_{th}$ она стремится к нулю, который является ее критическим пределом, и остается равной нулю для всех $x_0 > x_{th}$ (режим сильного экранирования, SSR). Критическое значение константы спаривания $\alpha^*(x_0)$ становится монотонно возрастающий функцией x_0 , стремящейся К асимптотическому значению $\alpha^* \approx (\ln 2 / x_0 - 1)^{-1}$ при $x_0 \to 0$ и остающейся аналитической при $\alpha_{th} = \alpha^*(x_{th}) \approx 0.91535$, где она имеет точку перегиба.

Эти два типа нестабильности определяют различные типы топологических фазовых переходов из состояния 1 с $\alpha > \alpha^*$: при SSR в окрестности x = 0 появляется "пора" (1 \rightarrow 2 переход), а при WSR в окрестности x_i открывается щель (1 \rightarrow 3 переход). Дальнейший анализ уравнения (65) показывает, что точка x_{th}, α_{th} представляет тройную точку на фазовой диаграмме x_0, α , см. рис. 27, где фазы 1, 2 и 3 встречаются друг с другом. Аналогично возникновение нестабильности в ферми-состоянии 1: каждый ТП с большим α проявляется в том, что $\sigma(x)$ в уравнении (66) обращается в ноль в некоторой точке $0 \le x_i < x_{2n}$, не лежащей на границе раздела. Если такое случается в самом начале коор-



Рис. 27. Зависимость критического значения константы α^* и точки неустойчивости x_i от экранирования. Области слабого экранирования (WSR) и сильного экранирования (SSR) разделены пороговым значением x_{th} . Отметим, что x_{th} , α_{th} являются тройными точками между фазами 1, 2, 3 на рис. 28.

динат $x_i = 0$, фазовое число увеличивается в процессе ТП на 1, соответствующую "поре" (переход от нечетной к четной фазе) или к возникновению "острова" (четная \rightarrow нечетная). При $x_i > 0$ тонкая сферическая щель открывается внутри заполненной области или тонкий заполненный слой появляется внутри щели, при этом фазовое число вырастает до 2, не меняя четности. На фазовой диаграмме, изображенной на рис. 28, показано, что при уменьшении x_0 (при слабом экранировании) все четные фазы исчезают в особых тройных точках. Это согласуется, в частности, с численным изучением рассматриваемой модели вдоль линии $x_0 = 0.07$ при увеличении α [100], когда имеет место только последовательность нечетных фаз $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow ...$, показанная стрелками на рис. 27.

Энергетический выигрыш $\Delta(\tau)$ (при ТП как функция малого параметра $\tau = \alpha / \alpha^* - 1$) пропорционален τ - объему вновь образовавшейся области (пустой или заполненной). Вводя радиус пустой области (поры) δ и раскладывая выигрыш энергии $\Delta(\delta) = z[n(x, \delta)] - z[n_F(x)]$ по степеням δ , получаем $\Delta = -\beta_1 \tau \delta^3 + \beta_2 \delta^5 + O(\delta^6)$, $\beta_1, \beta_2 > 0$. Поэтому, оптимальный радиус поры равен $\delta \sim \sqrt{\tau}$. В результате, получаем $\Delta(\tau) \sim \tau^{5/2}$, что устанавливает сходство с " $^5/_2$ -типом" фазовых переходов, известных в теории металлов [101].

Для ТП без изменения четности ширина щели (или слоя) ~ τ , что ведет к выигрышу энергии $\Delta(\tau) \sim \tau^2$, и такие топологические фазовые переходы могут быть отнесены к переходам второго типа. Из проведенного рассмотрения следует, что каждая тройная точка на $x_0 - \alpha$ на фазовой диаграмме является точкой перехода двух фазовых линий TП 5/2-типа в одну фазовую линию перехода 2-типа. Последний тип фазовых переходов уже обсуждался в работах [99, 100], и здесь мы лишь отметим, что его появление на непрерывной сфере в импульсном пространстве является довольно специфичным для систем с сильным ферми-он-фермионным взаимодействием, в то время как TП в металлах под воздействием кристаллического поля происходят, как правило, в отдельных точках пространства квазиим-пульсов. Интересно отметить, что в пределе $x_0 \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$, достигаемом на линии $\alpha = kx_0$, мы получаем точно решаемую модель: $U(p) \rightarrow (2\pi)^3 U_0 \delta(p)$ с $U_0 = k / (2Mp_F)$, когда фермионный конденсат появляется при всех $U_0 > 0$ [1]. Механизм такого поведения состоит в

том, что полюса U(p) исчезают, и восстанавливаются аналитические свойства, необходимые для ФК. В связи с этим необходимо сделать несколько замечаний.

Во-первых, в рассматриваемой модели x_0 и α формально рассматриваются как независимые параметры, хотя фактически между ними существует связь. Тогда основное состояние системы должно зависеть от одного параметра, например, от плотности частиц ρ_x вдоль определенной траектории $\alpha(x_0)$ на предложенной выше диаграмме. Например, для простейшего соотношения Томаса-Ферми для свободного электронного газа $\alpha(x_0) = x_0^2 / 2$ эта траектория полностью принадлежит ферми-состоянию 1 для всех физически возможных значений плотности. Таким образом, быстрый рост $\alpha(x_0)$ необходим для реализации ТП во всех системах с взаимодействием, см. уравнение (67).

Во-вторых, при увеличении температуры ступенчатая функция распределения квазичастиц размывается. Поэтому с ростом температуры, концентрические ферми-сферы захватываются состоянием, происходящим из ФК. Отметим, что замечание не справедливо при достаточно малых температурах и в случае нескольких айсбергов. Таким образом, вполне возможно наблюдать два различных режима перестройки ферми-сферы: один, относящийся к ФК, а второй – к состоянию с айсбергами.

Заметим, что для описания ФК и ТП стандартная схема Кона-Шема [103] не применима. Дело в том, что в системах с ФК или с другими топологическими фазами, числа заполнения квазичастиц являются варьируемыми функциями. Поэтому, для описания системы необходимо рассматривать энергию основного состояния как функционал чисел заполнения E[n(p)], а не как функционал одной плотности $E[\rho_x]$ [104-106].

8. Заключение

В настоящем обзоре рассмотрено влияние ФККФП на свойства различных фермисистем и представлены доказательства существования такого перехода. Продемонстрировано, что ФККФП, поддерживая расширенную парадигму квазичастиц, формирует сильнокоррелированные ферми-системы с их уникальным НФЖ поведением. В рамках теории ФККФП объяснен широкий круг экспериментальных данных, полученных при изучении таких различных материалов, как ВТСП, металлы с тяжелыми фермионами и коррелированные 2D ферми-жидкости.

Мы показали как аналитически, так и с использованием аргументов, целиком основанных на экспериментальных данных, что самые разные сильнокоррелированных фермисистемы демонстрируют универсальное скейлинговое поведение. Другими словами, сильнокоррелированные ферми-системы при всем их огромном разнообразии оказываются необычайно одинаковыми.

Было показано, что в конечных магнитных полях, в НФЖ области, сформированной ФККФП, кривая любого фазового перехода второго рода переходит в кривую фазового перехода первого рода в трикритической точке, что приводит к нарушению критической универсальности флуктуационной теории. Это изменение порождается температурно независимым слагаемым в энтропии, появляющимся после ФККФП. Квантовые и температурные критические флуктуации, соответствующие фазовому переходу второго рода, исчезают и не влияют на поведение системы при низких температурах, а термодинамика металлов с тяжелыми фермионами при малых температурах определяется квазичастицами.

Было обнаружено, что дифференциальная проводимость между точечным контактом металла и ТФ металлом или ВТСП может быть сильно асимметричной как функция приложенного напряжения. Эта асимметрия наблюдается, когда сильно коррелированный металл находится в нормальном или сверхпроводящем состоянии. Было показано, что наложение магнитного поля, восстанавливающего ЛФЖ поведение подавляет асимметрию. Поэтому, можно заключить, что частично-дырочная симметрия макроскопически нарушена при отсутствии внешнего магнитного поля, а наложение магнитного поля восста-



Рис. 28. Фазовая диаграмма в переменных "экранирование-константа связи". Каждая фаза, соответствующая определенной топологии, обозначена полным числом заполненных и пустых областей (см. рис. 26). Четные фазы (затененные) отделены от нечетных линиями топологических переходов "⁵/₂-типа", в то время как линии топологических переходов "2-типа" разделяют нечетные фазы. Тройные точки, в которых два ⁵/₂-ТП и один 2-ТП встречаются, показаны окружностями.

навливает как ЛФЖ поведение, так и частично-дырочную симметрию. Перечисленные выше свойства определяют универсальность поведения сильно коррелированных фермисистем и связаны с аномальным низкотемпературным поведением энтропии, которая содержит независящее от температуры слагаемое.

Рассмотрение топологических фазовых переходов ферми-системы в импульсном пространстве позволило выявить природу возникновения нормального, ферми-конденсатного и расщепленного состояний ферми-сферы, а также условия переходов между ними.

В будущем область рассматриваемых физических систем может быть расширена. Среди таких систем можно упомянуть нейтронные звезды, атомные кластеры, ультра холодные газы в ловушках, ядра и кварковую плазму. В целом, идеи, связанные с новым фазовым переходом в одной области исследований, стимулируют интенсивные исследования проявлений этого перехода в других областях. Именно так произошло в случае сверхпроводимости металлов, идеи которой были, например, успешно использованы при описании атомных ядер.

Успешное объяснение разнообразных свойств металлов с тяжелыми фермионами, ВТСП и двумерных ферми-систем свидетельствует, что теория ФККФП предлагает неожиданно простое, но надежное описание НФЖ поведения сильнокоррелированных ферми-систем.

Благодарности

Работа частично поддержана РФФИ в рамках проекта № 09-02-00056.

Литература

- 1. *Ходель В.А., Шагинян В.Р.* Сверхтекучесть в системах с фермионным конденсатом . //Письма в ЖЭТФ. 1990. v. 51, № 9, р. 488-490.
- 2. Amusia M.Ya., A.Z. Msezane A.Z., Shaginyan V.R. Two types of the effective mass divergence and the Gruneisen ratio in heavy-fermion metals. // Phys. Lett. A 2004. v. 320, p. 459-464.
- 3. Zverev M.V., Khodel V.A., Shaginyan V.R., Baldo M. Critical experiments in the search for fermion condensation. // Письма в ЖЭТФ 1997. v. 65, p. 863-869.
- 4. Ландау Л. Д. Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10-ти т. Т.IX. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. ч.2, М.: Наука, 1978. 448 с.
- 5. Nozières P. Properties of Fermi liquids with a finite range interaction. // J. Phys. I (Paris) 1992. v. 2, № 4, p. 443-459.
- Küchler R., Oeschler N., Gegenwart P., Cichorek T., Neumaier K., Tegus O., Geibel C., Mydosh J. A., Steglich F., Zhu L., Si Q. Divergence of the Gruneisen Ratio at Quantum Critical Points in Heavy Fermion Metals. // Phys. Rev. Lett. 2003. v. 91, p. 066405-066408.
- 7. Vojta M. Quantum Phase Transitions. // Rep. Prog. Phys. 2003. v. 66, p. 2069-2110.
- 8. Ландау Л. Д. Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10-ти т. Т.V. Статистическая физика. ч.1, М.: Наука, 1976. 584 с.
- Gegenwart P., Custers J., Geibel C., Neumaier K., Tayama T., Tenya K., Trovarelli O., and Steglich F. Magnetic-Field Induced Quantum Critical Point in YbRh₂Si₂. // Phys. Rev. Lett. – 2002. – v. 89, p. 056402-056405.
- Custers J., Gegenwart P., Wilhelm H., Neumaier K., Tokiwa Y., Trovarelli O., Geibel C., Steglich F., Pépin C., Coleman P. The break-up of heavy electrons at a quantum critical point. // Nature. – 2003. – v. 424, p. 524-527.
- 11. Shaginyan V.R., Popov P.G., Artamonov S.A. Hall coefficient in heavy fermion metals. // Письма в ЖЭТФ 2005. v. 82, № 4, p. 215-219.
- 12. Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Popov K.G. Behavior of the antiferromagnetic phase transition near the fermion condensation quantum phase transition in YbRh₂Si₂. // Phys. Lett. A 2010. v. 374, p. 659-664.
- Paschen S., Lu"hmann T., Wirth S., Gegenwart P., Trovarelli O., Geibel C., Steglich F., Coleman P., Si Q. Hall-effect evolution across a heavy-fermion quantum critical point. // Nature – 2004. – v. 432, p. 881-885.
- 14. Shaginyan V.R. Universal behavior of heavy-fermion metals near a quantum critical point. // Письма в ЖЭТФ. –2004. v. 79, № 6, р. 344-350.
- 15. Pépin C. Fractionalization and Fermi-Surface Volume in Heavy-Fermion Compounds: The Case of YbRh₂Si₂. // Phys. Rev. Lett. – 2005. – v. 94, №, p. 066402-066405.
- Gegenwart P., Custers J., Tokiwa Y., Geibel C., Steglich F. Ferromagnetic Quantum Critical Fluctuations in YbRh₂(Si_{0.95}Ge_{0.05})₂. // Phys. Rev. Lett. – 2005. – v. 94, p. 076402-076405.
- Khodel V.A., Zverev M.V., Yakovenko V.M. Curie Law, Entropy Excess, and Superconductivity in Heavy Fermion Metals and Other Strongly Interacting Fermi Liquids. // Phys. Rev. Lett. – 2005. – v. 95, p. 236402-236405.
- Amusia M.Ya., Artamonov S.A., Shaginyan V.R. Theory of high T_c superconductivity based on the fermioncondensation quantum phase transition. // Письма в ЖЭТФ – 2001. – v. 74, p. 435-439.
- Bauer E.D., Thompson J.D., Sarrao J.L., Morales L.A., Wastin F., Rebizant J., Griveau J.C., Javorsky P., Boulet P., Colineau E., Lander G.H., Stewart G.R. Structural Tuning of Unconventional Superconductivity in PuMGa₅ (M=Co,Rh). // Phys. Rev. Lett. – 2004. – v. 93, p. 147005-147008.
- Oeschler N., Gegenwart P., Lang M., Movshovich R., Sarrao J.L., Thompson J.D., Steglich F. Uniaxial Pressure Effects on CeIrIn₅ and CeCoIn₅ Studied by Low-Temperature Thermal Expansion. //Phys. Rev. Lett. - 2003. - v. 91, p. 076402-076405.
- Paglione J., Tanatar M.A., Hawthorn D.G., Boaknin E., Hill R.W., Ronning F., Sutherland M., Taillefer L., Petrovicx C., Canfield P.C. Field-Induced Quantum Critical Point in CeCoIn₅. // Phys. Rev. Lett. – 2003. – v. 91, p. 246405-246408.
- Paglione J., Tanatar M.A., Hawthorn D.G., Ronning F., Hill R.W., Sutherland M., Taillefer L., Petrovicx C. Nonvanishing Energy Scales at the Quantum Critical Point of CeCoIn₅. // Phys. Rev. Lett. 2006. v. 97, p. 106606-106609.
- Bianchi A., Movshovich R., Vekhter I., Pagliuso P.G., Sarrao J.L. Avoided Antiferromagnetic Order and Quantum Critical Point in CeCoIn₅. // Phys. Rev. Lett. – 2003. – v. 91, p. 257001-257004.; Ronning F., Capan C., Bianchi A., Movshovich R., Lacerda A., Hundley M.F., Thompson J.D., Pagliuso P.G., Sarrao J.L. Field-tuned quantum critical point in CeCoIn₅ near the superconducting upper critical field. // Phys. Rev. B – 2005. – v. 71, p. 104528-104534.

- 24. Ronning F., Capan C., Bauer E.D., Thompson J.D., Sarrao J.L., Movshovich R. Pressure study of quantum criticality in CeCoIn₅. // Phys. Rev. B 2006. v. 73, p. 064519-064522.
- Bianchi A., Movshovich R., Oeschler N., Gegenwart P., Steglich F., Thompson J.D., Pagliuso P.G., Sarrao J.L. First-Order Superconducting Phase Transition in CeCoIn₅. // Phys. Rev. Lett. – 2002. – v. 89, p. 137002-137005.
- Izawa K., Yamaguchi H., Matsuda Y., Shishido H., Settai R., Onuki Y. Angular Position of Nodes in the Superconducting Gap of Quasi-2D Heavy-Fermion Superconductor CeCoIn₅. // Phys. Rev. Lett. – 2001. – v. 87, p. 057002-057005.
- Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Stephanovich V.A., Kirichenko E.V. Quasiparticles and quantum phase transition in universal low-temperature properties of heavy-fermion metals. // Europhys. Lett. – 2006. – v. 76, p. 898-904.
- 28. Volovik G.E. Fermionic entropy of the vortex state in d-wave superconductors. /Письма в ЖЭТФ 1997 v. 65, p. 465-469.
- 29. Maki K. Effect of Pauli Paramagnetism on Magnetic Properties of High-Field Superconductors. // Phys. Rev. 1966. v. 148, № 1, p. 362-369.
- 30. Ландау Л.Д. Теория ферми-жидкости. // ЖЭТФ 1956. v. 30, р. 1058-1066.
- 31. Шагинян В.Р., Амусья М.Я., Попов К.Г. Универсальное поведение сильнокоррелированных Ферми систем. // УФН 2007. v. 177, № 7, р. 586-618.
- 32. *Khodel V.A., Shaginyan V.R., Khodel V.V.* New approach in the microscopic Fermi systems theory. // Phys. Rep. 1994. v. 249, p. 1-134.
- Volovik G.E. Quantum phase transitions from topology in momentum space. in Quantum Simulations via Analogues: From Phase Transitions to Black Holes and Cosmology. eds. W. G. Unruh and R. Schutzhold. Springer Lecture Notes in Physics. – 2007. – v. 718, p. 31-73.
- 34. *Воловик Г.Е.* О новом классе нормальных ферми-жидкостей. // Письма в ЖЭТФ 1991. v. 53, № 4, р. 208-211.
- 35. Shaginyan V.R., Popov K.G., Stephanovich V.A. Universal low-temperature behavior of the CePd_{1-x}Rh_x ferromagnet. // Europhys. Lett. 2007. v. 79, № 4, p. 47001-47006.
- 36. Stewart G. R. Non-Fermi-liquid behavior in d- and f-electron metals. // Rev. Mod. Phys. 2001. v. 73, № 4, p. 797-855.
- 37. v. Löhneysen H., Rosch A., Vojta M., Wölfle P. Fermi-liquid instabilities at magnetic quantum phase transitions. // Rev. Mod. Phys. 2007. v. 79, p. 1015-1076.
- 38. Coleman P., Schofield A. J. Quantum criticality. // Nature 2005. v. 433, p. 226-229.
- 39. P. Coleman, http://arxiv.org/abs/cond-mat/:1001.0185v1 -2010. p. 1-9.
- 40. *Casey A., Patel H., Cowan J., Saunders B.P.* Evidence for a Mott-Hubbard Transition in a Two-Dimensional ³*He* Fluid Monolayer. // Phys. Rev. Lett. 2003. v. 90, p. 115301-115304.
- 41. Neumann M., Nyéki J., Cowan B., Saunders J. Bilayer ³He: A Simple Two-Dimensional Heavy Fermion System with Quantum Criticality. // Science 2007. v. 317, p. 1356-1359.
- 42. Morhard K.-D., Bauerle C., Bossy J., Bunkov Yu., Fisher S.N., Godfrin H. Two-dimensional Fermi liquid in the highly correlated regime: The second layer of ³He adsorbed on graphite. // Phys. Rev. B 1996. v. 53, p. 2658-2661.
- 43. Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Popov K.G., Stephanovich V.A. Behavior of Two-Dimensional ³He at Low Temperatures. // Phys. Rev. Lett. –2008. v. 100, p. 096406-096409.
- Takahashi D., Abe S., Mizuno H., Tayurskii D.A., Matsumoto K., Suzuki H., Onuki Y. Ac susceptibility and static magnetization measurements of CeRu₂Si₂ at small magnetic fields and ultralow temperatures. // Phys. Rev. B – 2003. – v. 67, p. 180407-180410.
- Pikul A.P., Caroca-Canales N., Deppe M., Gegenwart P., Sereni J.G., Geibel C., Steglich F. Non-Fermi-liquid behaviour close to the disappearance of ferromagnetism in CePd_{1-x}Rh_x. // J. Phys. Condens. Matter – 2006. – v. 18, p. L535-L542.
- Gegenwart P., Westerkamp T., Krellner C., Tokiwa Y., Paschen S., Geibel C., Steglich F., Abrahams E., Si Q. Multiple Energy Scales at a Quantum Critical Point. // Science – 2007. – v. 315, p. 969-971.
- 47. Borzi R.A., Grigera S.A., Farrell J., Perry R.S., Lister S.J.S., Lee S.L., Tennant D.A., Maeno Y., and Mackenzie A.P. Formation of a Nematic Fluid at High Fields in Sr₃Ru₂O₇. // Science 2007. v. 315, p. 214-217.
- 48. Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Msezane A.Z., Popov K.G., Stephanovich V.A. Energy scales and magnetoresistance at a quantum critical point. // Phys. Lett. A 2009. v. 373, p. 986-991.
- 49. Silhanek A.V., Harrison N., Batista C.D., Jaime M., Lacerda A., Amitsuka H., Mydosh J.A. Quantum Critical 5f Electrons Avoid Singularities in U(Ru, Rh), Si₂. // Phys. Rev. Lett. 2005. v. 95, p. 026403-026406.
- Kim J.S., Andraka B., Fraunberger G., Stewart G.R. Specific heat in a magnetic field: A probe of the magnetic ground-state properties of heavy-fermion Ce(Ru_{2-x}Rh_x)Si_{2-y}Ge_y. // Phys. Rev. B 1990. v. 41, p. 541-546.
- Shaginyan V.R., Popov K.G. Asymmetric tunneling, Andreev reflection and dynamic conductance spectra in strongly correlated metals. // Phys. Lett. A – 2007. – v. 361, p. 406-412.

- 52. Shaginyan V.R. Dissymmetrical tunnelling in heavy fermion metals. // Письма в ЖЭТФ 2005. v. 81, №, p. 283-286.
- Shaginyan V.R., Popov K.G., Stephanovich V.A., Kirichenko E.V. Asymmetrical tunneling in heavy fermion metals as a possible probe for their non-Fermi liquid peculiarities. // Journal of Alloys and Compounds – 2007. – v. 442, № 1-2, p. 29-33.
- 54. Zagoskin A.M. Quantum Theory of Many-Body Systems, New York, Springer-Verlag Inc., 1998.
- 55. Андреев А.Ф. //ЖЭТФ 1964. v. 46, №, р. 1823.
- 56. Deutscher G. Andreev-Saint-James reflections: A probe of cuprate superconductors. // Rev. Mod. Phys. 2005. v. 77, p. 109-135.
- 57. Park W.K., Greene L.H., Sarrao J.L., Thompson J.D. Andreev reflection at the normal-metal/heavy-fermion superconductor CeCoIn₅ interface. // Phys. Rev. B 2005. v. 72, p. 052509-052512.
- Prista's G., Reiffers M., Bauer E., Jansen A.G.M., Maude D.K. Suppression of asymmetric differential resistance in the non-Fermi-liquid system YbCu_{5-x}Al_x (x=1.3-1.75) in high magnetic fields. // Phys. Rev. B 2008. v. 78, p. 235108-235113.
- 59. Anderson P.W., Ong N.P. Theory of Asymmetric Tunneling in the cuprate superconductors. // J. Phys. Chem. Solids – 2006. – v. 67, p. 1-5.; Randeria M., Sensarma R., Trivedi N., Zhang F.-C. Particle-Hole Asymmetry in Doped Mott Insulators: Implications for Tunneling and Photoemission Spectroscopies. // http://arxiv.org/abs/cond-mat/0412096 – 2004. – v. 1, p. 1-4.
- Pan S.H., O'Neal J.P., Badzey R.L., Chamon C., Ding H., Engelbrecht J.R., Wang Z., Eisaki H., Uchida S., Gupta A.K., Ng K.-W., Hudson E.W., Lang K.M., Davis J.C. Microscopic electronic inhomogeneity in the high-Tc superconductor Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x}. // Nature – 2001. – v. 413, p. 282-285.
- 61. Piano S., Bobba F., De Santis A., Giubileo F., Scarfato A., Cucolo A.M. Point Contact Spectra on YBa₂Cu₃O_{7-x} / La_{0.7}Ca_{0.3}MnO₃ bilayers. // J. of Physics: Conference Series – 2006. – v. 43, p. 1123-1126.
- 62. Wiedemann G., Franz R. // Ann. Phys. 1853. v. 89, p. 497.
- 63. Sommerfeld. // Naturwissenschaften 1927. v. 15, p. 825.
- 64. Chester G. V., Tellung A. // Proc. Phys. Soc. 1961. v. 77, p. 1005.
- 65. *Kearney M.J., Butcher P.N.* Thermal transport in disordered systems. // J. Phys. C.: Solid State Phys. 1988. v. 21, p. L265-L270.
- Castellani C., DiCastro C., Kotliar G., Lee P. A., Strinati G. Thermal conductivity in disordered interactingelectron systems. // Phys. Rev. Lett. – 1987. – v. 59, p. 477-480.
- 67. Ott H.R., Marti O., Hulliger F. Low temperature thermal conductivity of CeAl₃. // Solid St. Comm. 1984. v. 49, № 12, p. 1129-1131.
- 68. Amato A., Jaccard D., Walker E., Sierro J., Flouquet J. Transport properties of CeCu₆ at very low temperature. // J. Magn. Magn. Mater. 1987. v. 63-64, p. 300-302.
- 69. *Kambe S., Suderow H., Fukuhara T., Flouquet J., Takimoto T.* Spin-Fluctuation Mediated Thermal Conductivity Around the Magnetic Instability of $CeNi_2Ge_2$. // J. Low Temp. Phys. 1999. v. 117, p. 101-112.
- 70. Syme R.T., Kelly M.J., Pepper M. Direct measurement of the thermal conductivity of a two-dimensional electron gas. // J. Phys.: Condenns. Matter 1989. v. 1, № 21, p. 3375-3380.
- 71. Paschen S., Wand B., Sparn G., Steglich F., Echizen Y., Takabatake T. Thermal-transport properties of CeNiSn . // Phys. Rev. B – 2000. – v. 62, p. 14912-14919.
- Tanatar M.A., Paglione J., Taillefer L., Petrovich C. Anisotropic Violation of the Wiedemann-Franz Law at a Quantum Critical Point. // Science – 2007. – v. 316, p. 1320-1322.
- 73. Hill R.W., Proust C., Taillefer L., Fournier P., Greene R.L. Breakdown of Fermi-liquid theory in a copperoxide superconductor. // Nature – 2001. – v. 414, p. 711-715.
- Doiron-Leyrand N., Sutherland M., Li S.Y., Taillefer L., Liang R., Bonn D.A., Hardy W.N. Onset of a Boson Mode at the Superconducting Critical Point of Underdoped YBa₂Cu₃O_y. // Phys. Rev. Lett. – 2006. – v. 97, p. 207001-207004.
- Coleman P., Pepin C. What is the Fate of the heavy electron at a Quantum Critical Point? // Physica B 2002 – v. 312-313, p. 383-389.
- 76. *Podolsky D., Vishvanath A., Moore J., Sachdev S.* Thermoelectric transport near pair breaking quantum phase transition out of d-wave superconductivity. // Phys. Rev. B 2007. v. 75, p. 014520-014524.
- 77. Proust C., Behnia K., Bel R., Maude D., Vedeneev S.I. Heat transport in $Bi_{2+x}Sr_{2-x}CuO_{6+\delta}$: Departure from the Wiedemann-Franz law in the vicinity of the metal-insulator transition. // Phys. Rev. B 2005. v. 72, p. 214511-214519.
- Proust C., Boaknin E., Hill R. W., Taillefer L., Mackenzie A. P. Heat Transport in a Strongly Overdoped Cuprate: Fermi Liquid and a Pure d-Wave BCS Superconductor. // Phys. Rev. Lett. – 2002. – v. 89, p. 147003-147006.
- 79. Kane C.L., Fisher M.P.A. Thermal Transport in a Luttinger Liquid. // Phys. Rev. Lett. 1996. v. 76, p. 3192-3195.

- Kane C.L., Fisher M.P.A. Quantized thermal transport in the fractional quantum Hall effect. // Phys. Rev. B 1997. – v. 55, p. 15832-15837.
- Rego L.G.C., Kirczenow G. Fractional exclusion statistics and the universal quantum of thermal conductance: A unifying approach. // Phys. Rev. B – 1999. – v. 59, p. 13080-13086.
- Li M.R., Orignac E. Heat conduction and Wiedemann-Franz law in disordered Luttinger liquids. // Europhys. Lett. – 2002. – v. 60, № 3, p. 432-438.
- 83. Varma C.M., Littlewood P.B., Schmittrink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E. Phenomenology of the normal state of Cu-O high-temperature superconductors. // Phys. Rev. Lett. 1989. v. 63, p. 1996-1999.
- Coleman P., Pépin C., Si Q., Ramazashvili R. How do Fermi liquids get heavy and die? // J. Phys. Condens. Matter. – 2001. – v. 13, p. R723-R738.
- Khodel V.A., Clark J.W., and Zverev M.V. Topology of the Fermi surface beyond the quantum critical point. // Phys. Rev. B – 2008. – v. 78, p. 075120-075137.
- 86. Khodel V.A. Two scenarios of the quantum critical point // JETP Lett. 2007. v. 86, № 11, p. 721-726.
- Khodel V.A., Yakovenko V.M., Zverev M.V. Flattening of Single-Particle Spectra in Strongly Correlated Electron Systems and the Violation of the Wiedemann-Franz Law. // Письма в ЖЭТФ – 2007. – v. 86, № 12, p. 884-890.
- 88. *Khodel V.A., Clark J.W., Yakovenko V.M., Zverev M.V.* Non-Fermi-liquid behavior of strongly correlated Fermi systems explained by the Fermi-liquid approach. // Physica B 2008. –v. 403, p. 1227-1229.
- 89. *Shaginyan V.R., Stephanovich V.A.* Role of quasiparticles in universal low-temperature properties of *CeCoIn*₅. // Physica B – 2008. – v. 403, – № 5-9, p. 739-741.
- Krellner C., Hartmann S., Pikul A., Oeschler N., Donath J.G., Geibel C., Steglich F., Wosnitza J. Violation of Critical Universality at the Antiferromagnetic Phase Transition of YbRh₂Si₂. // Phys. Rev. Lett. – 2009. – v. 102, p. 196402-196405.
- 91. Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Popov K.G. Behavior of second order phase transitions at a quantum critical point. // http://arxiv.org/abs/0905.1871v1 2009. v. 1, p. 1-4.
- 92. Misawa T, Yamaji Y., Imada M. Spin Fluctuation Theory for Quantum Tricritical Point Arising in Proximity to First-Order Phase Transitions: Applications to Heavy-Fermion Systems, YbRh₂Si₂, CeRu₂Si₂, and β - YbAlB₄. // J. Phys. Soc. Jpn. - 2009. - v. 78, p. 084707-084721.
- 93. Imada M., Misawa T., Yamaji Y. Unconventional quantum criticality emerging as a new common language of transition-metal compounds, heavy-fermion systems, and organic conductors. // http://arxiv.org/abs/0909.0562v1 2009. v. 1, p. 1-16.
- 94. *Klingner C., Krellner C., Geibel C.* Magnetic field dependence of the antiferromagnetic phase transitions in Co-doped *YbRh*₂*Si*₂. *// http://arxiv.org/abs/*0908.1299v1 2009. v. 1, p. 1-5.
- Shaginyan V.R. Quasiparticles and order parameter near quantum phase transition in heavy fermion metals. // Physica B: Condensed Matter – 2006. – v. 378-380, p. 127-128.
- 96. Steglich F., Buschinger B., Gegenwart P., Lohmann M., Helfrich R., Langhammer C., Hellmann P., Donnevert L., Thomas S., Link A., Geibel C., Lang M., Sparn G., Assmus W. Quantum critical phenomena in undoped heavy-fermion metals. // J. Phys. Cond. Mat. 1996. v. 8, p. 9909-9921.
- 97. v. Löhneysen H. Non-Fermi-liquid behaviour in the heavy-fermion system. // J. Phys. Condens. Matter 1996 v. 8, p. 9689-9706.
- Artamonov S.A., Pogorelov Yu.G., Shaginyan V.R. Ground state instability in systems of strongly interacting fermions. // Письма в ЖЭТФ – 1998. – v. 68, p. 893-899.
- 99. de Llano M., Vary J.P. Generalized Fermi sea for plane-wave Hartree-Fock theory: One dimensional model calculation. // Phys. Rev. C 1979. v. 19, p. 1083-1088; de Llano M., Plastino A., Zabolitsky J.P. Optimal plane-wave Hartree-Fock states for many-fermion systems. // Phys. Rev. C 1979. v. 20, p. 2418-2425.
- 100.Zverev M.V., Baldo M. The multi-connected momentum distribution and fermion condensation. // J. Phys. Condens. Matter 1999. v. 11, № 9, p. 2059-2069.
- 101.Лифшиц И.М. // ЖЭТФ 1960. v. 11, р. 1130.
- 102. Nakahara M. Geometry, topology and physics, Bristol, IOP Publ., 1990.
- 103.Kohn W., Sham L.J. Self-Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects. // Phys. Rev. 1965. – v. 140, №, p. A1133-A1138; Kohn W., Vashishta P. in Theory of the Inhomogeneous Electron Gas, ed. by S. Lundqvist, N.H. March, New York, Plenum, 1983;
- 104. Shaginyan V.R. Density functional theory of fermion condensation. // Phys. Lett. A 1998. v. 249, p. 237-241.
- 105. Amusia M.Ya., Shaginyan V.R. Calculations of single particle spectra in density functional theory. // Phys. Lett. A – 2000. – v. 269, p. 337-342.
- 106. *Shaginyan V.R.*. Superconductivity in the presence of fermion condensation. // Письма в ЖЭТФ 1998. v. 68, p. 491-496.

STRONGLY CORRELATED FERMI-SYSTEMS: THEORY VERSUS EXPERIMENT

Shaginyan V.R.*, Popov K.G.**

*Petersburg Nuclear Physics Institute, RAS, Gatchina vrshag@thd.pnpi.spb.ru **Komi Science Center, Ural Division, RAS kpopov@dm.komisc.ru

Received 21.11.10

Strongly correlated Fermi systems are well experimentally studied but only recently have got an adequate theoretical description. This report is devoted to a discussion of theory of fermion condensation quantum phase transition and its applications to strongly correlated Fermi systems such as heavy fermion metals, high-Tc superconductors and 2D Fermi-liquids. We show that both non-Fermi liquid and scaling behavior of strongly correlated Fermi systems can be described within the frame of the theory of fermion condensation quantum phase transition which supports the expanded quasiparticles paradigm. In contrast to the Landau paradigm stating that the quasiparticles effective mass is constant, the effective mass of new quasiparticles strongly depends on temperature, magnetic field, pressure and other external parameters. Analyzing experimental data obtained in measurements on strongly correlated Fermi systems with different microscopic properties we have found out that they demonstrate the universal non-Fermi liquid behavior. Our calculations of numerous characteristics such as transition regimes, energy scales, thermodynamics, relaxation and transport properties of strongly correlated Fermi-systems are in good agreement with experimental facts.