СИЛЬНОКОРРЕЛИРОВАННЫЕ ФЕРМИ-СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ (Часть I)

В.Р. Шагинян*, К.Г. Попов**

Петербургский институт ядерной физики РАН, Гатчина
***Коми научный центр УРО РАН, Сыктывкар*
avrshag@thd.pnpi.spb.ru, kpopov@dm.komisc.ru

Поступила 30.05.2010

Сильнокоррелированные ферми-системы хорошо изучены экспериментально, однако лишь недавно получили адекватное теоретическое описание. В данном обзоре обсуждается теория ферми-конденсатного квантового фазового перехода (ФККФП) и анализ с ее помощью явлений, наблюдаемых в таких сильнокоррелированных ферми-системах, как металлы с тяжелыми фермионами и двухмерные ферми-жидкости. Показано, что не-ферми жидкостное и скейлинговое поведение металлов с тяжелыми фермионами может быть описано в рамках теории ФККФП и расширенной парадигмы квазичастиц, которую поддерживает рассматриваемая теория. В противоположность парадигме Ландау, утверждающей, что эффективная масса квазичастиц является постоянной величиной, эффективная масса новых квазичастиц сильно зависит от температуры, магнитного поля, давления и других параметров. Анализируя экспериментальные данные для сильнокоррелированных ферми-систем с различной микроскопической природой, мы обнаружили, что они демонстрируют одинаковое не-ферми жидкостное поведение. Наш анализ таких сильнокоррелированных ферми-систем, как металлы с тяжелыми фермионами и 2D ферми-системы, находится в согласии с результатами экспериментов. Наши расчеты переходных режимов, энергетических шкал, термодинамических, релаксационных и транспортных свойств сильнокоррелированных систем находятся в хорошем согласии с данными экспериментов.

УДК 538.94

1. Введение

Сильнокоррелированные ферми-системы (СКФС), такие как металлы с тяжелыми фермионами (ТФ), высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) и двухмерные (2D) ферми-жидкости, являются наиболее загадочными, хорошо экспериментально изученными, но нуждающимися в теоретическом описании фундаментальными физическими системами [1–13]. Свойства этих веществ принципиально отличаются от обычных ферми-систем. Например, в случае металлов с тяжелыми фермионами сильная корреляция между электронами ведет к перенормировке эффективной массы квазичастиц, которая может превысить "голую" массу электрона на несколько порядков или даже стать бесконечно большой. Эффективная масса начинает сильно зависеть от температуры, давления или наложенного магнитного поля. Такие металлы демонстрируют аномальное поведение и необычные степенные законы температурной зависимости термодинамических характеристик при малых температурах. Применение идей, основанных на квантовых и тепловых флуктуациях, имеющих место в квантовых критических точках (ККТ) для описания необычного поведения этих систем, известного как не-ферми жидкостное поведение (НФЖ), привело к тому, что оно стало ассоциироваться именно с флуктуациями [1, 3, 13–17]. Будучи успешной для описания одних свойств, идея флуктуаций оказалась беспомощной в случае других. Такое положение вещей указывает на настоящий кризис теории, для преодоления которого предстоит открыть неизвестный пока фундаментальный закон. [8–11, 13, 18].

Теория ферми-жидкости Ландау (ЛФЖ) имеет давнюю историю и блестящие результаты в описании многообразных свойств электронной жидкости обычных металлов и ферми-жидкостей типа ^{3}He [19–21]. Эта теория построена в предположении, что физику при низких температурах определяют элементарные возбуждения, которые ведут себя как квазичастицы, характеризующиеся эффективной массой и находящиеся по основным своим свойствам в одном классе с квазичастицами слабо взаимодействующего ферми-газа. Поэтому эффективная масса M^*_L в теории ЛФЖ не зависит от температуры, давления, магнитного поля и является параметром теории. Теория ЛФЖ не смогла объяснить результаты экспериментов, связанных с зависимостью эффективной массы квазичастиц M^* от температуры T, магнитного поля B, давления и т.д. Это привело к заключению, что квазичастицы не выживают в сильнокоррелированных ферми-системах, и тяжелый электрон не сохраняет своей целостности как возбуждение-квазичастица [8–11, 13, 18].

1.1. Квантовые фазовые переходы и аномальное поведение сильно-коррелированных ферми-систем

Предполагается, что необычные свойства и аномальное поведение, наблюдаемые в ВТСП и металлах с ТФ, определяются разнообразными магнитными квантовыми фазовыми переходами [1–6, 8–13]. Поскольку квантовый фазовый переход происходит при температуре $T = 0$, то контролирующими параметрами могут быть состав, плотность числа электронов (или дырок) x, давление, напряженность магнитного поля B и т.д. Квантовый фазовый переход имеет место в квантовой критической точке, которая отделяет упорядоченную фазу, являющуюся результатом квантового фазового перехода, от неупорядоченной фазы. Обычно предполагается, что магнитные (например, ферромагнитные и антиферромагнитные) квантовые фазовые переходы ответственны за аномальное поведение. Критическую точку такого фазового перехода смещают в абсолютный нуль температур при помощи указанных выше параметров.

Можно ожидать, что универсальное поведение наблюдается только в том случае, когда рассматриваемая система находится очень близко к квантовой критической точке, например, когда длина корреляций намного больше, чем микроскопический масштаб длины, и критические квантовые и тепловые флуктуации определяют аномальный вклад в термодинамические функции металла. Квантовые фазовые переходы такого вида весьма распространены [2–4], поэтому мы будем называть их обычными квантовыми фазовыми переходами. В этом случае физику явления определяют тепловые и квантовые флуктуации критического состояния, а квазичастичные возбуждения разрушены этими флуктуациями. Обычно приводимый в этом случае аргумент, что квазичастицы в сильнокоррелированной ферми-жидкости "становятся тяжелыми и умирают" в квантовой критической точке, опирается на хорошо известную формулу, в которой эффективная масса обратно пропорциональна z-фактору (вес квазичастицы в одночастичном состоянии), обращающемуся в нуль в точках фазовых переходов второго рода [18]. Однако этот сценарий содержит внутренние противоречия [22, 23].

Считается, что флуктуации параметра порядка, порождающие корреляции большого радиуса, и отсутствие квазичастичных возбуждений являются основной причиной НФЖ поведения металлов с тяжелыми фермионами и высокотемпературных сверхпроводников [3, 4, 10, 12, 13, 24]. На этом пути есть трудности. Критическое поведение, наблюдаемое в экспериментах с металлами с ТФ, имеет место до довольно высоких температур, сопоставимых с эффективной температурой Ферми T_k. Например, коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$, который в случае нормальной ферми-жидкости Ландау $\alpha(T) \propto T$, при измерениях на $\mathrm{CeNi_2Ge_2}$, демонстрирует зависимость $\sqrt{T}$ при изменении температуры на два порядка, при ее снижение от 6 К до по крайней мере 50 мК [14]. Вряд ли можно объяснить такое поведение с помощью флуктуационной теории критической точки. Очевидно, что такая ситуация может иметь место только при $T \to 0$, когда критические флуктуации вносят доминирующий вклад в энтропию и длина корреляций намного больше, чем микроскопический масштаб длины. При некоторой температуре $T \ll T_k$ эта макроскопически большая длина корреляций разрушается обычными тепловыми флуктуациями и соответствующее универсальное поведение должно исчезнуть.

Следующая трудность связана с объяснением восстановления поведения ЛФЖ под воздействием магнитного поля B, наблюдаемого в металлах с ТФ и ВТСП [1, 15, 25]. В случае ЛФЖ при $T \to 0$ электрическое сопротивление $\rho(T) = \rho_0 + AT^2$, теплоемкость $C(T) = \gamma T$ и магнитная восприимчивость $\chi = const$. Оказывается, что зависимости от магнитного поля коэффициента $A(B)$, коэффициента Зоммерфельда $\gamma(B)$ и восприимчивости $\chi(B)$ таковы, что $A(B) \propto \gamma^2(B)$ и $A(B) \propto \chi^2(B)$, из чего следует, что соотношение Кадоваки-Вудса (КВ), $K = A(B)/\gamma^2(B)$ [26] является B-независимым и сохраняется [15]. Такое универсальное поведение, вполне естественное при определяющей роли квазичастиц, едва ли объяснимо в рамках подхода, предполагающего отсутствие квазичастиц, которое имеет место при обычных квантовых фазовых переходах в окрестности квантовой критической точки. Например, соотношение КВ не соответствует сценарию волн спиновой плотности [15] и результатам исследований квантовой критичности с помощью ренорм-группового подхода [27]. Затем, измерения переноса заряда и тепла показали, что закон Видемана - Франца (ВФ) выполняется в ряде случаев ВТСП [25, 28] и металлов с ТФ [29, 30]. Поэтому мы можем заключить, что квазичастицы существуют в этих металлах, о чем свидетельствуют и результаты фотоэмиссионной спектроскопии [31, 32].

Невозможность объяснить поведение металлов с тяжелыми фермионами в рамках теорий, основанных на обычных квантовых фазовых переходах, ведет к заключению, что другое важное понятие, введенное Ландау, — понятие параметра порядка — также не работает (см., например, [10, 11, 13, 18]). Таким образом, мы остаемся без наиболее фундаментальных принципов квантовой физики многих тел, а широкий круг интересных явлений, связанных с НФЖ поведением сильнокоррелированных ферми-систем, остается без объяснений.

Не-ферми жидкостное поведение характеризуется степенными функциями, задающими изменения физических величин как функции температуры. Показатели степени отличаются от соответствующих значений для нормальной ферми-жидкости [33, 34]. Теория должна вычислять эти показатели, которые, предполагается, зависят от магнитного типа ККТ и размерности системы. С другой стороны, как видно из Рис. 1 и 2, поведение термодинамических функций должно характеризоваться не только с этими экспонентами. Действительно, из Рис. 1 следует, что теплоемкость C/T, отнесенная к температуре T, есть функция одновременно и температуры, и магнитного поля B, и не может быть представлена степенной функцией с заданным показателем. Таким образом, при низких температурах C/T имеет ЛФЖ поведение, которое сменяется переходным режимом, когда C/T достигает максимума, и, наконец, C/T убывает, входя в область НФЖ поведения. На Рис. 2 показана зависимость энтропии S от температуры при различных плотностях 2D ^{3}He [35]. При малых плотностях $x = 7.0, 7.20, 7.50$ nm^{-2}, S — линейная функция T, ха-

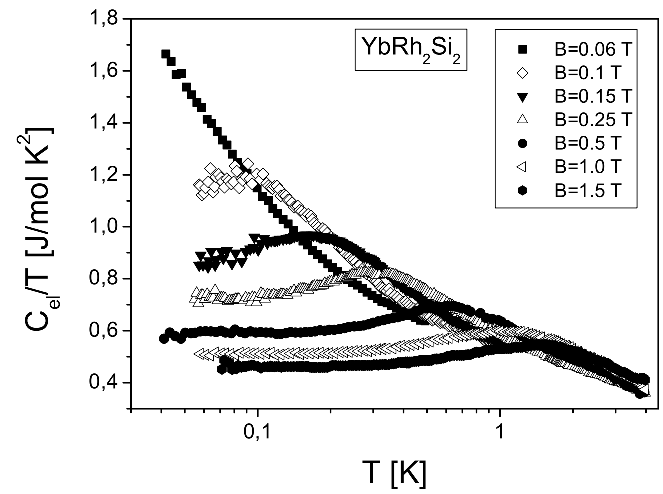

Рис. 1: Зависимость электронной теплоемкости $YbRh_2Si_2$ C/T от температуры T в различных магнитных полях (указаны во вставке) [34].

рактерная для поведения ЛФЖ. По мере роста плотности, когда жидкость приближается к ККТ [35], $S(T)$ отклоняется от линейной зависимости, и появляется точка перегиба, характеризующая переходный режим к НФЖ с нелинейной зависимостью от температуры. Из Рис. 1 и 2 ясно видно, что в переходной области степенные показатели могут быть любыми, а потому не имеют какого-либо физического смысла. Сами функции $C(T)$ и $S(T)$ не могут быть охарактеризованы определенными степенными показателями.

Для того, чтобы показать, что поведение C/T, представленное на Рис. 1, и поведение $S(T)$, показанное на Рис. 2, имеет универсальный характер, вспомним, что в окрестности ККТ полезно использовать "внутренние" шкалы для измерения эффективной массы $M^* \propto C/T$, энтропии $S(T)$ и температуры T [36, 37].

Как видно из Рис. 1, что максимум M^*_M функции C/T при температуре T_M появляется при наложении магнитного поля B, T_M сдвигается в сторону более высоких T при увеличении B и максимальная величина коэффициента Зоммерфельда $C/T = \gamma_0$ уменьшается с увеличением магнитного поля. Для получения нормированной эффективной массы M^*_N мы использовали M^*_M и T_M как "внутренние" шкалы: величина максимума M^*_M была использована для нормирования $M^* = C/T$, а T была нормирована на T_M. Из Рис. 2 так же следует, что точка перегиба функции S при температуре T_{inf} появляется с ростом плотности x при приближении x к квантовой критической точке $x \to x_{FC}$, при этом T_{inf} уменьшается с увеличением x, обращаясь в нуль при $x \simeq x_{FC}$. Для получения нормированной энтропии S_N мы использовали S_{inf} и T_{inf} как "внутренние" шкалы: величина S_{inf} была использована для нормирования S, а T была нормирована на T_{inf}.

На Рис. 3 в виде геометрических фигур показана величина $M^*_N = M^*/M^*_M$ как функция нормированной температуры $T_N = T/T_M$. Видно, что ЛФЖ и НФЖ режимы разделены переходной областью, в которой M^*_N достигает своего максимального значения. Из Рис. 3 следует, что графики, соответствующие различным магнитным полям B, сливаются в один при переходе к нормированным переменным $M^*_N = M^*/M^*_M$ и $y = T_N = T/T_M$. Также из Рис. 3 и 4 следует, что нормированная эффективная масса и энтропия не являются константой или линейной функцией температуры, соответственно, как это предполагается в ЛФЖ теории и демонстрируют скейлинговое поведение при изменении нормированной температуры y на три порядка. Из Рис. 1, 3, 2 и 4 видно, что НФЖ поведение и связанный с ним скейлинг по температуре простираются до высоких температур. Для металлов с ТФ

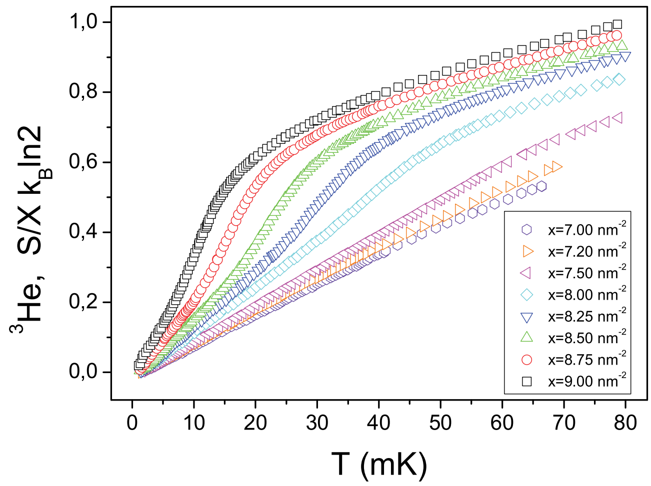

Рис. 2: Зависимость энтропии 2D ^{3}He от температуры T, измеренной при различных значениях плотности, указанной во вставке [35].

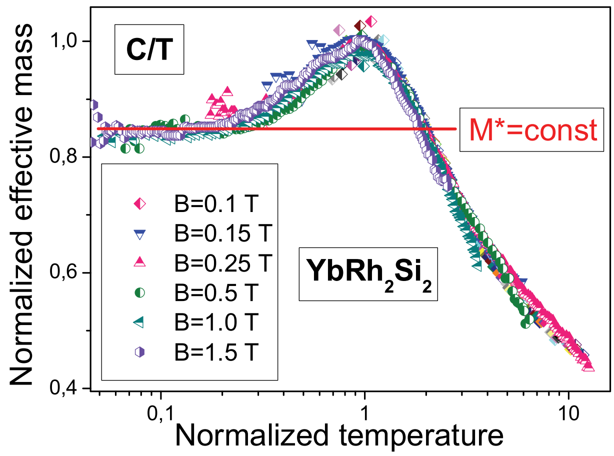

Рис. 3: Зависимость нормированной эффективной массы M^*_N от температуры T_N. M^*_N получена из измерений теплоемкости C/T для $YbRh_2Si_2$ в магнитных полях B [34], значения которых приведены на вставке. Постоянная эффективная масса M^*_L, соответствующая ЛФЖ, изображена прямой линией.

эти температуры составляют нескольких градусов К, для ^{3}He — около 0.1 К, что является высокой температурой, если учесть энергия Ферми порядка 1 К. Отметим, что сценарии, при которых флуктуации параметра порядка имеют достаточно большую корреляционную длину, чтобы породить НФЖ поведение, вряд ли способны обеспечить достижение таких высоких температур. Тем более эти сценарии, как и сценарии, связанные с решеткой Кондо, не способны дать объяснение сходному НФЖ поведению в таких разных сильнокоррелированных системах как 2D ^{3}He, 3D сплав $YbRh_2Si_2$ и другие металлы с тяжелыми фермионами [3, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 24].

Важной задачей для теории, рассматривающей критическое поведение ТФ металлов и 2D сильнокоррелированных жидкостей, является объяснение скейлинговых свойств эффективной массы $M^* \propto C/T \propto S/T$. Теории, вычисляющие только показатели степени и описывающие поведение нормированной эффективной массы $M^*_N(y)$ при $y \gg 1$, рас-

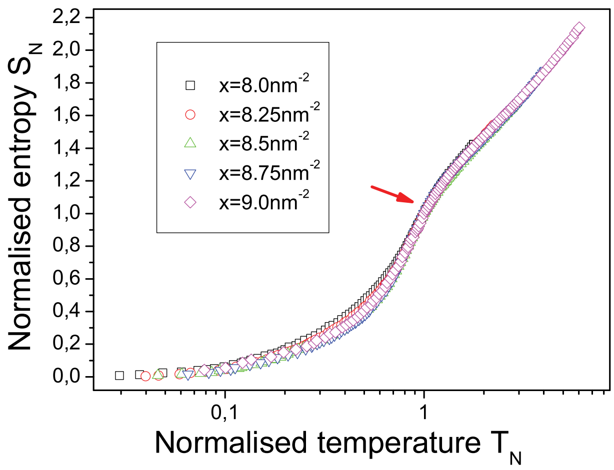

Рис. 4: Зависимость нормированной энтропии S_N от температуры T_N. $S_N = S/S_{inf}$ получена нормировкой S на значение энтропии S_{inf} в точке перегиба при $T = T_{inf}$. Температура $T_N = T/T_{inf}$. S для ^{3}He взята из [35]. Значения плотности x приведены на вставке, стрелка показывает точку перегиба.

сматривают часть наблюдаемых величин и бесполезны в описании, например, переходной области [7]. Другая часть затруднений флуктуационных теорий связана с чрезвычайно широким температурным интервалом, в котором наблюдается НФЖ поведение. Как будет показано далее, большой температурный интервал является признаком новых квазичастиц, и именно скейлинговое поведение нормированной эффективной массы позволяет нам объяснить термодинамические, транспортные и релаксационные свойства ТФ металлов в переходном и НФЖ режимах.

Уместен вопрос: какая теоретическая концепция может заменить парадигму квазичастиц ферми-жидкости Ландау в случаях, когда теория ЛФЖ не работает? В рамках обычных квантовых переходов, такая концепция отсутствует [3, 7]. Поэтому в настоящей работе мы сосредоточимся на теории ферми-конденсатного квантового фазового перехода (ФККФП), в которой сохраняется понятие квазичастиц и допускается неограниченный рост M^*. Мы покажем, что в этом случае достигается хорошее описание скейлингового поведения эффективной массы и широкого круга экспериментальных результатов, полученных в изменениях на различных ТФ металлах. В противоположность парадигме Ландау, основанной на предположении о постоянстве эффективной массы, в ФККФП подходе эффективная масса M^* новых квазичастиц сильно зависит от T, x, B и т.д. Поэтому, в соответствии с результатами экспериментов, будет введена расширенная парадигма квазичастиц. Таким образом, хорошо определенные квазичастицы определяют, как и ранее, термодинамические, релаксационные и транспортные свойства сильнокоррелированных ферми-систем (см. раздел 9 и подраздел 9.4), и M^* становится функцией T, x, B и т.д. Отметим, что подход, основанный на ФККФП, успешно применяется для описания термодинамических свойств таких разных систем как ^{3}He и металлы с ТФ [6, 7, 22, 38].

1.2. Цели и границы обзора

В обзоре показано, что такие разнородные сильнокоррелированные ферми-системы, как трехмерные (3D) и 2D соединения, например, ТФ металлы и 2D сильнокоррелированные ферми-жидкости проявляют универсальное скейлинговое поведение, которое может быть описано в рамках единого подхода, основанного на теории ФККФП [6, 39, 40]. Мы обсудим построение этой теории и покажем, что она дает теоретическое описание многих экспериментальных фактов, полученных в таких сильнокоррелированных системах, как ТФ металлы и 2D системы. Вычисления термодинамических, релаксационных и транспортных свойств находятся в хорошем согласии в экспериментальными данными. Мы также сосредоточимся на скейлинговом поведении термодинамических, транспортных и релаксационный свойств, которое может быть выведено из экспериментальных данных и теоретического анализа. Мы не будем обсуждать специфические свойства сильнокоррелированных систем, а сосредоточимся на их универсальном поведении, обусловленным универсальным скейлинговым поведением нормированной эффективной массы. Мы оставляем в стороне физику таких ферми систем как нейтронные звезды, атомные кластеры и ядра, кварковая плазма и ультрахолодные газы в ловушках, в которых возможно существование фермионного конденсата (ФК) [41–46]. Последние интересны тем, что благодаря их легкой настройке, можно осуществить параметры, необходимые для наблюдений квантовой критической точки и ФК. Мы также не будем обсуждать микроскопические механизмы квантовой критичности, связанные с ФККФП. Такие механизмы могут быть развиты в рамках самой ФК теории. Например, механизм квантовой критичности, формирующийся в металлах с незаполненными f-оболочками, может иметь место в системах, когда центры сливающихся одночастичных уровней оказываются на ферми-поверхности. Такое поведение может обеспечить простой механизм для сдвига узких зон твердого тела к ферми-поверхности [46]. С другой стороны, мы рассмотрим ВТСП в рамках "крупнозернистой" модели, основанной на теории ФККФП, для того, чтобы подчеркнуть их генетическую связь с ТФ металлами.

Экспериментальные исследования свойств квантовых фазовых переходов и их критических точек являются принципиально важными для понимания физической природы высокотемпературной сверхпроводимости и металлов с ТФ. Данные, относящиеся к различным сильнокоррелированным ферми-системам, являются взаимодополняющими. В случае высокотемпературной сверхпроводимости такие эксперименты практически отсутствуют, поскольку при низких температурах соответствующие критические точки находятся в области сверхпроводимости, и физические свойства соответствующего квантового фазового перехода изменены сверхпроводимостью. Однако для металлов с тяжелыми фермионами эти исследования вполне возможны. Недавние экспериментальные данные, относящиеся к поведению металлов с ТФ, проливают свет на природу критических точек и фазовых переходов [15, 25, 28–32]. Поэтому существенно важным является одновременное изучение высокотемпературной сверхпроводимости и аномального поведения металлов с ТФ.

Изучая универсальное поведение высокотемпературных сверхпроводников, металлов с ТФ и 2D ферми-систем при низких температурах в рамках модели однородной тяжелой фермионной жидкости [36, 37], мы оставляем в стороне сложности, связанные с анизотропией, порождаемой кристаллической решеткой твердых тел, ее спецификой, дефектами, нерегулярностями и т.п. Эта модель вполне содержательна, так как мы рассматривает скейлинговое поведение, демонстрируемое материалами при низких температурах, или говоря иначе, поведение, связанное с масштабными преобразованиями таких величин, как эффективная масса, теплоемкость, тепловое расширение и др. Скейлинговое поведение нормированной эффективной массы, через которую выражаются многие характеристики системы, определяется малой величиной передаваемых импульсов по сравнению с импульсами порядка величины обратной постоянной решетки. Поэтому вклады от больших передач импульсов могут быть опущены, а решетка заменена моделью желе. С другой стороны, величины M^*_M и T_M, используемые для масштабирования эффективной массы и построения M^*_N и T_N, определяются широким интервалом изменения импульсов и поэтому контролируются специфическими свойствами рассматриваемой сильнокоррелированной системы. Однако зависимости $M^*_M(B, x)$ и $T_M(B, x)$ от магнитного поля B или плотности x опять определяются малыми преданными импульсами и могут вычислены в нашей модели. Поэтому для масштабирования достаточно знать M^*_N и T_N, взятые в одной точке, например, при $B = B_0$.

Универсальные свойства сильнокоррелированных ферми-систем мы будем анализировать в рамках теории ФККФП [6, 39, 40, 47], поскольку само поведение металлов с ТФ предлагает ассоциировать их необычные свойства с квантовым фазовым переходом, связанным с неограниченным ростом эффективной массы в его критической точке. Более того, мы увидим, что скейлинговое поведение, представленное на Рис. 3 и 4, может быть вполне естественно объяснено в рамках расширенной парадигмы квазичастиц, опирающейся на теорию ФККФП. Расширенная парадигма квазичастиц, в свою очередь, дает описание НФЖ поведения сильнокоррелированных ферми-систем.

2. Теория Ландау ферми-жидкости

Одной из самых сложных проблем современной физики конденсированного состояния является изучение свойств ферми-систем с большими константами межчастичного взаимодействия. Впервые решение было найдено Ландау в теории ферми-жидкости, позже названной "нормальной" , посредством введения понятий квазичастиц и амплитуд, которые характеризуют эффективное взаимодействие между квазичастицами [19, 20]. Теория Ландау может рассматриваться как эффективная теория при низких энергиях, в которой высокоэнергетичные степени свободы удалены путем введения амплитуд, определяющих взаимодействия между квазичастицами при низких температурах вместо сильного межчастичного взаимодействия. Стабильность основного состояния ферми-жидкости Ландау определяется условиями стабильности Померанчука: стабильность нарушается, когда хотя бы одна из амплитуд Ландау становится отрицательной и достигает критического значения [20,48]. Отметим, что новая фаза, в которой условия стабильности восстанавливаются, может в принципе быть снова описана в рамках той же самой теории Ландау.

Начнем с краткого напоминания основных положений теории ферми-жидкости Ландау [19–21]. Теория опирается на понятие квазичастиц, которые представляют слабо возбужденные состояния ферми-жидкости, формирующие низкотемпературные термодинамические и транспортные свойства ферми-жидкости. В случае электронной жидкости квазичастицы характеризуются квантовыми числами электрона и эффективной массой M^*. Энергия основного состояния рассматриваемой системы является функционалом чисел заполнения квазичастиц (или функции распределения квазичастиц) $n(\mathbf{p},T)$, точно так же, как и свободная энергия $F[n(\mathbf{p},T)]$, энтропия $S[n(\mathbf{p},T)]$ и другие термодинамические функции. Из условия, что свободная энергия $F = E - TS$ (здесь и далее $k_B = \hbar = 1$) должна быть минимальна, можно найти функцию распределения $n(\mathbf{p},T)$

$$\frac{\delta(F-\mu N)}{\delta n(\mathbf{p},T)} = \varepsilon(\mathbf{p},T) - \mu(T) - T\ln\frac{1-n(\mathbf{p},T)}{n(\mathbf{p},T)} = 0. \tag{1}$$

Здесь μ — химический потенциал, задающий плотность системы

$$x = \int n(\mathbf{p},T)\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \tag{2}$$

и

$$\varepsilon(\mathbf{p},T) \ = \ \frac{\delta E[n(\mathbf{p},T)]}{\delta n(\mathbf{p},T)} \tag{3}$$

есть энергия квазичастицы. Эта энергия является функционалом $n(\mathbf{p},T)$ точно так же, как энергия $E[n(\mathbf{p},T)]$. Энтропия системы $S[n(\mathbf{p},T)]$, определяемая функцией распределения квазичастиц, задается известным выражением [19, 20]

$$\begin{aligned} S[n(\mathbf{p},T)] \ &= \ -2\int [n(\mathbf{p},T)\ln(n(\mathbf{p},T)) + (1-n(\mathbf{p},T)) \\ &\times \ \ln(1-n(\mathbf{p},T))]\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \end{aligned} \tag{4}$$

которое следует из чисто комбинаторного рассмотрения. Уравнению (1) обычно придают стандартный вид распределения Ферми-Дирака

$$n(\mathbf{p},T)=\left\{1+\exp\left[\frac{(\varepsilon(\mathbf{p},T)-\mu)}{T}\right]\right\}^{-1}. \tag{5}$$

При $T\to 0$, из уравнений (1) и (5) получают стандартное решение $n(p,T\to 0)\to\theta(p_F-p)$, если производная $\partial\varepsilon(p\simeq p_F)/\partial p$ конечна и положительна. Здесь $\theta(p_F-p)$ является ступенчатой функцией. Энергия квазичастицы может быть аппроксимирована выражением $\varepsilon(p\simeq p_F)-\mu=p_F(p-p_F)/M^*_L$, где M^*_L, обратно пропорциональная производной, является эффективной массой квазичастицы Ландау [19, 20]

$$\frac{1}{M^*_L}=\frac{1}{p}\,\frac{d\varepsilon(p,T=0)}{dp}|_{p=p_F}\ . \tag{6}$$

Подразумевается, что M^*_L является положительной и конечной на поверхности Ферми. В результате T-зависящие поправки к M^*_L, к энергии квазичастиц $\varepsilon(\mathbf{p})$ и к другим величинам начинаются с члена, пропорционального T^2. Эффективная масса связана с "голой" массой электрона m хорошо известным уравнением Ландау [19–21]

$$\begin{aligned}\frac{1}{M^*_L}&=\frac{1}{m}+\sum_{\sigma_1}\int\frac{\mathbf{p}_F\mathbf{p_1}}{p_F^3}F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p_F},\mathbf{p}_1)\\ &\times\ \frac{\partial n_{\sigma_1}(\mathbf{p}_1,T)}{\partial p_1}\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}.\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p_F},\mathbf{p}_1)$, — амплитуда Ландау, зависящая от импульсов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p_F}$, спинов σ. Для простоты мы опускаем спиновую зависимость эффективной массы, поскольку в случае однородной жидкости и слабых магнитных полей M^*_L не зависит заметно от спина. Амплитуда Ландау F задается выражением

$$F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p},\mathbf{p}_1,n)=\frac{\delta^2E(n)}{\delta n_\sigma(\mathbf{p})\delta n_{\sigma_1}(\mathbf{p}_1)}. \tag{8}$$

Устойчивость нормального состояния ЛФЖ определяется условиями Померанчука: система теряет устойчивость, когда хотя бы одна из амплитуд Ландау становится отрицательной и достигает некоторой критической величины [20, 21, 48]

$$F^{a,s}_L>-(2L+1). \tag{9}$$

Здесь F^a_L и F^s_L — безразмерные спин-симметричная и спин-антисимметричная амплитуды Ландау, L — угловой момент, соответствующий определенному полиному Лежандра P_L,

$$F(\mathbf{p}\sigma,\mathbf{p}_1\sigma_1)=\frac{1}{N}\sum_{L=0}^{\infty}P_L(\Theta)\left[F^a_L\sigma,\sigma_1+F^s_L\right]. \tag{10}$$

Здесь Θ есть угол между импульсами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_1$, а также плотность состояний $N=M^*_Lp_F/(2\pi^2)$. Из уравнения (7) следует, что

$$\frac{M^*_L}{m}=1+\frac{F^s_1}{3}. \tag{11}$$

В соответствии с критериями стабильности Померанчука из уравнения (11) следует, что $F^s_1>-3$, иначе эффективная масса становится отрицательной, что ведет к неустойчивости состояния, когда энергетически выгодно возбуждение квазичастиц вблизи ферми-поверхности. Для упрощения дальнейшего изложения мы опустим спиновые индексы σ.

Для рассмотрения транспортных свойств ферми-системы используется кинетическое уравнение, описывающее медленно меняющиеся возмущения функции распределения $n_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$, которая зависит от координат $\mathbf{r}$ и времени t. Поскольку передаваемые энергии ω и импульсы q со стороны внешних полей малы по сравнению с энергией и импульсом квазичастиц, $qp_F/(TM^*_L) \ll 1$ и $\omega/T \ll 1$, функция распределения квазичастиц $n(\mathbf{q},\omega)$ удовлетворяет кинетическому уравнению [19–21].

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{r}}n_{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{r}}\varepsilon_{\mathbf{p}}\nabla_{\mathbf{p}}n_{\mathbf{p}} = I[n_{\mathbf{p}}]. \tag{12}$$

Левая часть уравнения (12) описывает бездиссипационную динамику квазичастиц. Энергия квазичастиц $\varepsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$ зависит от координаты и времени, а интеграл столкновений $I[n_{\mathbf{p}}]$ является мерой скорости изменения функции распределения из-за столкновений. Кинетическое уравнение (12) позволяет вывести основные транспортные свойства и коллективные возбуждения ферми-системы.

Обычно считается, что уравнения, приведенные в данном подразделе, являются феноменологическими, и поэтому неприменимыми для описания ферми-систем, характеризующихся эффективной массой M^*, сильно зависящей от температуры, внешнего магнитного поля B, давления P и т.д. С другой стороны, данные, полученные при исследовании ТФ металлов, демонстрируют специфические особенности, когда эффективная масса сильно зависит от температуры T, легирования (или плотности) x и наложенного магнитного поля B, в то время как сама эффективная масса M^* может достигать очень больших величин или даже разойтись см. [3, 4]. Как мы видели в Разделе 1, такое поведение столь необычно, что традиционная парадигма квазичастиц Ландау не способна его описать. Поэтому, в соответствии с результатами многочисленных экспериментов, необходимо ввести расширенную парадигму квазичастиц, в которой, как и ранее, термодинамические и транспортные свойства определяют квазичастицы, и M^* становится функцией T, x, B. Как мы увидим, зависимость эффективной массы от T, x, B является причиной НФЖ поведения [6, 22, 36, 49, 50].

В следующем подразделе 3, уравнение (7) будет выведено из микроскопического рассмотрения, что является хорошим основанием для применения расширенной парадигмы.

3. Уравнение для эффективной массы и скейлинговое поведение

Для вывода уравнения, описывающего поведение эффективной массы, рассмотрим однородную ТФ жидкость. Для описания этой жидкости применим теорию функционала плотности для сверхпроводников (SCDFT) [51], которая позволяет считать энергию системы E функционалом чисел заполнения $n(\mathbf{p})$ [36,52–54]. Энергия нормального состояния E является функционалом чисел заполнения $n(\mathbf{p})$ и функцией плотности x, $E = E(n(\mathbf{p}), x)$, и уравнение (3) определяет одночастичный спектр. После дифференцирования обеих частей уравнения (3) по импульсам $\mathbf{p}$ и проведения последующих преобразований, мы получаем [22, 36, 52, 53]

$$\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{m} + \int F(\mathbf{p},\mathbf{p}_1,n)\frac{\partial n(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1}\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}. \tag{13}$$

Для вычисления $\partial\varepsilon(\mathbf{p})/\partial\mathbf{p}$ используется следующее представление функционала:

$$E(n) = \int \frac{p^2}{2m} n(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} + \frac{1}{2} \int F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, n)_{|n=0}\, n(\mathbf{p}) n(\mathbf{p}_1) \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^6} + ... \tag{14}$$

Из уравнения (13) видно, что эффективная масса выражается из хорошо известного уравнения Ландау

$$\frac{1}{M^*} = \frac{1}{m} + \int \frac{\mathbf{p}_F \mathbf{p}_1}{p_F^3} F(\mathbf{p_F}, \mathbf{p}_1, n) \frac{\partial n(p_1)}{\partial p_1} \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}. \tag{15}$$

Для простоты мы опять опускаем спиновые зависимости. Чтобы вычислить M^* как функцию T, рассмотрим свободную энергию $F = E - TS$, где энтропия S задана уравнением (4). Минимизируя F относительно $n(\mathbf{p})$, мы получаем распределение Ферми-Дирака, (5). Из проведенного вывода заключаем, что уравнения (13) и (15) являются точными и позволяют вычислить как $\partial\varepsilon(\mathbf{p})/\partial\mathbf{p}$, так и M^*, которая может быть функцией температуры T, внешнего магнитного поля B, плотности x и давления P, а не только константой. Как будет показано в Разделе 9, это свойство M^* определяет скейлинговые и не-ферми жидкостные свойства, наблюдаемые в экспериментах с ТФ металлами.

В теории ЛФЖ предполагается, что M_L^* положительна, конечна и постоянна. Результатом этого является то, что температурные поправки к M_L^*, энергии квазичастиц $\varepsilon(\mathbf{p})$ и другим величинам начинаются с членов порядка T^2 в 3D системах и с членов порядка T в 2D системах [55]. Эффективная масса задается уравнением (7), теплоемкость C [19]:

$$C = \frac{2\pi^2 NT}{3} = \gamma_0 T = T\frac{\partial S}{\partial T}, \tag{16}$$

и спиновая восприимчивость:

$$\chi = \frac{3\gamma_0 \mu_m^2}{\pi^2(1+F_0^a)}, \tag{17}$$

где μ_B есть магнетон Бора, а $\gamma_0 \propto M_L^*$. В случае ЛФЖ, используя кинетическое уравнение (12), можно записать электрическое сопротивление при низких T как [21]

$$\rho(T) = \rho_0 + AT^{\alpha_R}, \tag{18}$$

где ρ_0—остаточное сопротивление, показатель $\alpha_R = 2$, и коэффициент A определяет зависящий от температуры транспорт заряда и пропорционален сечению столкновений между квазичастицами. Уравнение (18) описывает поведение, характерное для ЛФЖ и наблюдаемое в нормальных металлах.

Используя уравнение (15) и учитывая, что $n(\mathbf{p}, T = 0)$ становится ступенчатой функцией $\theta(p_F - p)$, мы получаем известный результат [56–58]

$$\frac{M_L^*}{M} = \frac{1}{1 - N_0 F^1(p_F, p_F)/3}.$$

Здесь N_0 - плотность состояний свободного ферми-газа и $F^1(p_F, p_F)$ — p-волновая компонента амплитуды взаимодействия Ландау. Поскольку в теории ферми-жидкости Ландау $x = p_F^3/3\pi^2$, амплитуда Ландау может быть записана как $F^1(p_F, p_F) = F^1(x)$. Предположим, что в некоторой критической точке x_{FC} знаменатель $(1 - N_0F^1(x)/3)$ стремится к нулю, то есть $(1 - N_0F^1(x)/3) \propto (x - x_{FC}) + a(x - x_{FC})^2 + ... \to 0$. В результате получаем, что $M_L^*(x)$ ведет себя как [60, 61]

$$\frac{M^*(x)}{m} \simeq a_1 + \frac{a_2}{x - x_{FC}} \propto \frac{1}{r}. \tag{19}$$

Здесь a_1 и a_2 — константы, а $r = (x - x_{FC})/x_{FC}$ — "расстояние" от квантовой критической точки x_{FC}, в которой $M^*_L(x \to x_{FC}) \to \infty$. Отметим, что расходимость эффективной массы, следующая из уравнения (19) не нарушает критерия стабильности Померанчука, поскольку F^1 положительна, (см. уравнение (9)). Хотя уравнения (19) и (11) кажутся разными, но это не так, поскольку $F^1 \propto m$, в то время как $F^s_1 \propto M^*$ и уравнение (11) представляет неявную форму выражения для определения эффективной массы.

Как видно из Рис. 5 и 6, описание, даваемое формулами (87), (88) и (19) находится в хорошем согласии с экспериментами [59,62] и вычислениями [64–66]. В случае электронных систем уравнение (19) справедливо для $x > x_{FC}$, а для 2D ^{3}He при $x < x_{FC}$ так, что всегда $r > 0$ [40, 67] (см. также Раздел 8). Такое поведение эффективной массы наблюдается в металлах с тяжелыми фермионами, которые имеют довольно плоскую и узкую зону проводимости, соответствующую большой эффективной массе с сильной корреляцией и эффективной температурой Ферми $T_k \sim p_F^2/M^*(x)$ порядка нескольких десятков градусов Кельвина или ниже [1].

Поведение эффективной массы как функции электронной плотности x в кремниевом MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) аппроксимировано при помощи (19) и показано на Рис. 5. Подгоночные параметры a_1, a_2 и x_{FC} подбираются из условия наилучшего согласия. Из Рис. 5 видно, что уравнение (19) хорошо описывает эксперимент. Расходимость эффективной массы $M^*(x)$, обнаруженная в измерениях на 2D ^{3}He [59, 68], показана на Рис. 6. Как видно из Рис. 5 и 6, описание, даваемое формулой (19), не зависит от типа частиц, составляющих ферми-систему, и находится в хорошем согласии с экспериментом.

Здесь полезно кратко исследовать поведение M^*, определяемое уравнением (15), чтобы проиллюстрировать способность расширенной парадигмы квазичастиц описывать скейлинговые явления в системе. Более подробное рассмотрение этого вопроса будет проведено в Разделе 9. Запишем функцию распределения квазичастиц в виде $n_1(\mathbf{p}) = n(\mathbf{p}, T) - n(\mathbf{p})$, где $n(\mathbf{p})$—ступенчатая функция. Тогда уравнение (15) примет вид

$$\frac{1}{M^*(T)} = \frac{1}{M^*} + \int \frac{\mathbf{p}_F \mathbf{p_1}}{p_F^3} F(\mathbf{p_F}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n_1(p_1, T)}{\partial p_1} \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}. \tag{20}$$

В квантовой критической точке x_{FC} эффективная масса $M^*(x)$ расходится и уравнение (15) становится однородным, определяя M^* как функцию температуры, и система приобретает НФЖ поведение. Если плотность x не достигла ККТ, M^* конечна, при малых температурах интеграл в правой части уравнения (20) представляет малую поправку к $1/M^*$, и система демонстрирует ЛФЖ поведение, как показано на рисунках 1 и 3. ЛФЖ поведение предполагает, что эффективная масса независима от температуры, $M^*(T) \simeq const$, что показано горизонтальной линией на Рис. 3. Очевидно, что ЛФЖ поведение имеет место только тогда, когда второе слагаемое в правой части уравнения (20) мало по сравнению с первым. При повышении температуры поведение системы смещается в переходную область: M^* растет, достигает максимума M^*_M при $T = T_M$ и затем убывает. Как видно из Рис. 3, около температуры $T \geq T_M$ последние "следы" ЛФЖ режима исчезают. Второе слагаемое становится главным, уравнение (20) — однородным, и устанавливается НФЖ режим, о чем свидетельствует убывание M^* с ростом T.

4. Ферми конденсатный квантовый фазовый переход

Как было показано в Подразделе 3, критерии устойчивости Померанчука не исчерпывают всех возможных типов нестабильности и, что, по крайней мере, один из них, связанный с расходимостью эффективной массы (см. уравнение (19)), пропущен [39]. В этом случае эффективная масса — наиболее важная характеристика квазичастиц Ландау — может стать бесконечно большой. В результате, кинетическая энергия квазичастиц становится прене-

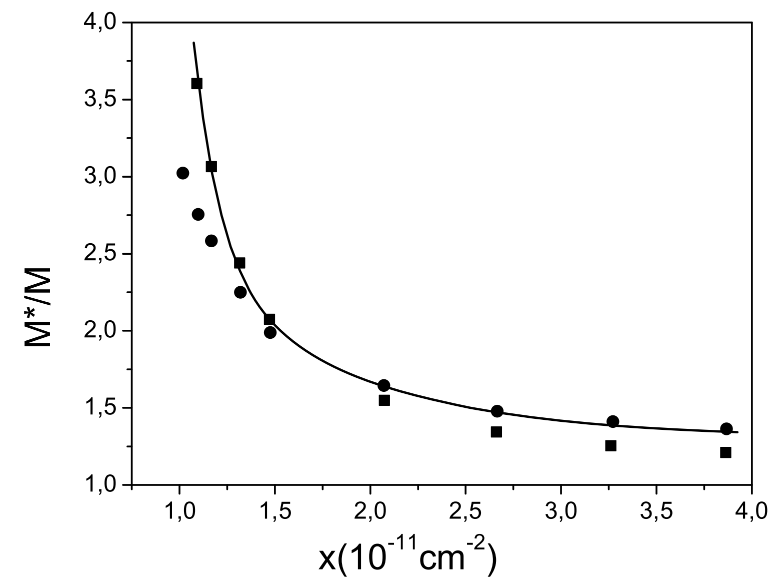

Рис. 5: Отношение M^*/M в кремниевом MOSFET как функция плотности электронов x. Квадраты обозначают экспериментальные данные осцилляций Шубникова-де-Хааза. Данные, полученные при наложении магнитного поля, показаны кругами [62, 63]. Сплошная линия представляет функцию (87).

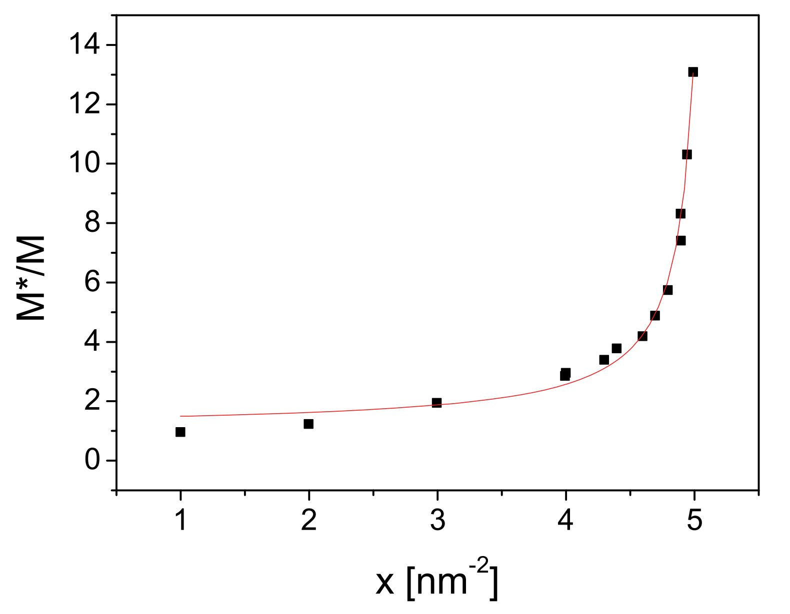

Рис. 6: Отношение M^*/M в двумерном ^{3}He в зависимости от плотности жидкости x, полученное из измерений теплоемкости и намагниченности; экспериментальные значения показаны квадратами [59, 68]. Сплошная линия представляет функцию $M^*(x)/M = A + B/(x_{FC} - x)$, где A=1.09, B=1.68 nm^{-2} и $x_{FC} = 5.11$ nm^{-2}.

брежимо малой у ферми-поверхности, и функция $n(\mathbf{p})$, минимизирующая $E(n(\mathbf{p}))$, определяется потенциальной энергией. Так возникает новый класс сильнокоррелированных ферми-жидкостей с ФК [39, 40, 46, 69], который отделен от нормальной ферми-жидкости ФККФП [70–72].

Из (19) следует, что при $T = 0$ и $r = (x - x_{FC}) \to 0$ эффективная масса расходится, $M_L^*(r) \to \infty$. За критической точкой x_{FC} расстояние r становится отрицательным, и, соответственно, эффективная масса становится отрицательной. Чтобы предотвратить нестабильное и бессмысленное состояние с отрицательным значением эффективной массы, в системе должен осуществиться квантовый фазовый переход в критической точке $x = x_{FC}$, который, как мы увидим ниже, есть ФККФП [70–72]. Кинетическая энергия квазичастиц, находящихся вблизи ферми-поверхности, пропорциональна обратной величине эффективной массы, поэтому при $x \to x_{FC}$ потенциальная энергия квазичастиц определяет энергию основного состояния. Фазовый переход, понижая энергию системы, ведет к перестройке функции распределения квазичастиц, и за точкой фазового перехода распределение квазичастиц определяется обычным уравнением для поиска минимума функционала энергии [39]

$$\frac{\delta E(n(\mathbf{p}))}{\delta n(\mathbf{p}, T=0)} = \varepsilon(\mathbf{p}) = \mu;\ p_i \leq p \leq p_f. \tag{21}$$

Уравнение (21) задает функцию распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, минимизирующую энергию основного состояния E. Будучи определенной из уравнения (21), $n_0(\mathbf{p})$ не совпадает со ступенчатой функцией в интервале $(p_f - p_i$ так, что $0 < n_0(\mathbf{p}) < 1$; вне этой области $n_0(\mathbf{p})$ совпадает со ступенчатой функцией. Фактически, уравнения (21) и (3) описывают преобразование ферми-поверхности при $p = p_F$ в ферми-объем $p_i \leq p \leq p_f$. Из уравнения (21) следует, что одночастичный спектр имеет абсолютно "плоскую" форму в этой области. Возможное решение $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (21) и соответствующий одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ показаны на Рис. 7. Квазичастицы с импульсами в области $(p_f - p_i)$ имеют одинаковые одночастичные энергии, равные химическому потенциалу μ, а сами распределения $n_0(\mathbf{p})$ описывают новое состояние ферми-жидкости с ФК [39, 40, 69]. В отличие от ферми-жидкости Ландау, маргинальной или Латтинжера, характеризующихся общей топологической структурой функции Грина, функция Грина системы с ФК, в которой ферми-поверхность расплывается в ферми-объем, относится к иному топологическому классу [44, 45, 69]. Топологический класс ферми-жидкости можно охарактеризовать следующим инвариантом [44, 45, 69]

$$N = tr \oint_C \frac{dl}{2\pi i} G(i\omega, \mathbf{p}) \partial_l G^{-1}(i\omega, \mathbf{p}), \tag{22}$$

где tr обозначает след по спиновым индексам функции Грина, а интеграл берется по произвольному контуру C, охватывающему особенность функции Грина. Инвариант N, задаваемый (22), остается целочисленным даже в том случае, когда особенность не является полюсной, не может меняться непрерывно и сохраняется как при переходе от ферми-жидкости Ландау к маргинальным, так и при малых изменениях функции Грина. Как было показано Воловиком, другая ситуация возникает в ферми-системе с ФК, где инвариант N становится полуцелым, что создает существенно новый класс ферми-жидкостей с новой топологической структурой [44, 45, 69].

4.1. Параметр порядка ФККФП

Покажем, что основные свойства ФККФП сильнокоррелированной ферми-системы могут быть выведены из микроскопического рассмотрения ферми-жидкости. Для этого используем теорию функционала плотности для сверхпроводников (SCDFT) [51]. SCDFT утверждает, что большой термодинамический потенциал $F[n(\mathbf{r}), \kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)]$ является универсальным функционалом плотности $n(\mathbf{r})$ и аномальной плотности (или сверхпроводящего параметра порядка) $\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$, обеспечивая вариационные принципы для определения этих

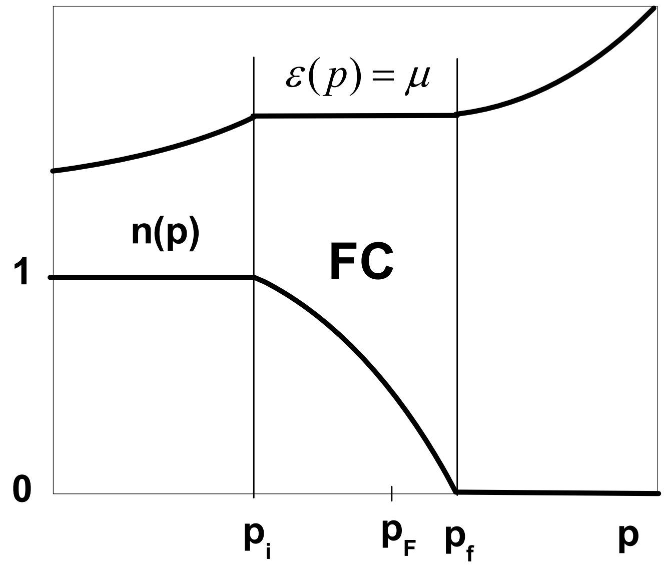

Рис. 7: Функция распределения квазичастиц $n_0(p)$ и одночастичный спектр $\varepsilon(p)$. Функция $n_0(p < p_i) = 1$, $0 < n_0(p_i < p < p_f) < 1$, $n_0(p > p_f) = 0$, и $\varepsilon(p_i < p < p_f) = \mu$. Ферми-импульс p_F удовлетворяет условию $p_i < p_F < p_f$.

плотностей. При температуре сверхпроводящего перехода T_c система совершает фазовый переход второго рода в сверхпроводящее состояние. Преобразуем этот сверхпроводящий фазовый переход, происходящий при конечной температуре, в квантовый фазовый переход.

Предположим, что константа λ_0 спаривательного взаимодействия, аналогичного БКШ [73], стремится к нулю, $\lambda_0 \to 0$. Вместе с ней стремится к нулю и сверхпроводящая щель. В этом случае $T_c \to 0$ и сверхпроводящее состояние возникает только при $T = 0$, а при конечных температурах наблюдается нормальное состояние. Это значит, что при $T = 0$ аномальная плотность,

$$\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r_1}) = \langle \Psi \uparrow (\mathbf{r}) \Psi \downarrow (\mathbf{r_1}) \rangle, \tag{23}$$

отлична от нуля, в то время как сверхпроводящая щель,

$$\Delta(\mathbf{r}) = \lambda_0 \int \kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r_1}) d\mathbf{r_1}, \tag{24}$$

имеет бесконечно малую величину [6, 60]. В уравнении (23) полевой оператор $\Psi_\sigma(\mathbf{r})$ уничтожает электрон со спином $\sigma, \sigma =\uparrow, \downarrow$ в точке $\mathbf{r}$. Для простоты будем рассматривать модель однородной тяжелой фермионной жидкости [6]. При $T = 0$, большой термодинамический потенциал Φ сводится к энергии основного состояния E, которая оказывается функционалом только чисел заполнения $n(\mathbf{p})$, поскольку в нашем случае параметр порядка $\kappa(\mathbf{p}) = v(\mathbf{p})u(\mathbf{p}) = \sqrt{n(\mathbf{p})(1 - n(\mathbf{p}))}$. Кроме того,

$$n(\mathbf{p}) = v^2(\mathbf{p}); \;\; \kappa(\mathbf{p}) = v(\mathbf{p})u(\mathbf{p}), \tag{25}$$

где $u(\mathbf{p})$ и $v(\mathbf{p})$ нормированные параметры такие, что [20]

$$v^2(\mathbf{p}) + u^2(\mathbf{p}) = 1, \;\; \kappa(\mathbf{p}) = \sqrt{n(\mathbf{p})(1 - n(\mathbf{p}))}. \tag{26}$$

Минимизируя E по $n(\mathbf{p})$, получаем уравнение (21). Поскольку уравнение (21) имеет нетривиальное решение $n_0(\mathbf{p})$, отличное от ферми-ступеньки, получаем $0 < n_0(\mathbf{p}) < 1$ в некоторой области изменения импульсов $p_i \le p \le p_f$, откуда $\kappa(\mathbf{p}) = \sqrt{n_0(\mathbf{p})(1 - n_0(\mathbf{p}))}$ имеет конечное значение в этой области, а одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ становится плоским. Таким образом ферми-ступенька неизбежно испытывает перестройку и образуется фермионный конденсат, когда уравнение (21) допускает в первый раз нетривиальное решение в точке $x = x_c$, являющейся ККТ ФККФП. В этом случае интервал импульсов сжимается в точку $p_i \to p_f \to p_F$, и эффективная масса M^* расходится в ККТ [6, 22, 39]

$$\frac{1}{M^*(x \to x_c)} = \frac{1}{p_F} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}|_{p \to p_F;\, x \to x_c} \to 0. \tag{27}$$

При сколь угодно малой, но конечной температуре аномальная плотность κ (или параметр порядка) обращается в ноль, и это состояние испытывает фазовый переход первого рода и становится нормальным (несверхпроводящим) состоянием, характеризующимся термодинамическим потенциалом Φ_0. При этом при $T \to 0$, энтропия $S = -\partial\Phi_0/\partial T$ нормального состояния задается уравнением (4). Из уравнения (4) видно, что нормальное состояние характеризуется энтропией, содержащей температурно-независимый член $S_0 \propto (p_f - p_i)/p_F$ [6, 22, 74]. Поскольку энтропия основного сверхпроводящего состояния равна нулю, то энтропия имеет скачок в точке фазового перехода, равный $\delta S = S_0$. Таким образом, система испытывает фазовый переход первого рода. Теплота q этого перехода равна нулю, $q = T_c S_0 = 0$ поскольку $T_c = 0$. Из условия устойчивости в точке фазового перехода первого рода получаем $\Phi_0(n(\mathbf{p})) = \Phi(\kappa(\mathbf{p}))$. Условие справедливо, поскольку $q = 0$.

4.2. Квантовый протекторат, связанный с ФККФП

В случае ФККФП, как и при рассмотрении других фазовых переходов, мы имеем дело с сильным межчастичным взаимодействием, где абсолютно надежный ответ нельзя дать на основе чистого теоретического рассмотрения, базирующегося на первых принципах. Поэтому единственный способ проверки реальности ФК состоит в изучении этого состояния в рамках точно решаемых моделей и в рассмотрении экспериментальных фактов, которые можно интерпретировать как прямое подтверждение существования ФК. Точно решаемые модели однозначно свидетельствуют, что ферми-системы с ФК существуют (см., например, [75–78]). Принимая во внимание топологическое рассмотрение, можно заключить, что новый класс ферми-жидкостей с ФК не является пустым, действительно существует и представлен обширным семейством новых состояний ферми-систем [44, 45, 69].

Отметим, что решения $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (21) являются новыми решениями известных уравнений теории ферми-жидкости Ландау. Действительно, при $T = 0$ стандартное решение, представленное ступенчатой функцией $n(\mathbf{p}, T \to 0) \to \theta(p_F - p)$ — не единственно возможное. Аномальные решения $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$ уравнения (1) могут существовать, если логарифм в правой части уравнения (1) конечен. Это возможно при условии, что $0 < n_0(\mathbf{p}) < 1$ в некоторой области ($p_i \leq p \leq p_f$). Поэтому в рассматриваемой области логарифм остается конечным при $T \to 0$, а произведение $T \ln[(1 - n_0(\mathbf{p}))/n_0(\mathbf{p})]_{|T \to 0} \to 0$, и мы снова получаем уравнение (21).

Таким образом, при $T \to 0$, функция распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, будучи решением уравнения (21), не стремится к ступенчатой функции $\theta(p_F - p)$; соответственно, как следует из уравнения (4), энтропия $S_{NFL}(T)$ этого состояния стремится к конечной величине S_0 при $T \to 0$:

$$S_{NFL}(T \to 0) \to S_0. \tag{28}$$

Предположим, что при уменьшении плотности (или с ростом силы взаимодействия) мы достигли точки $x \simeq x_{FC}$, когда возникает ФК. Это означает, что $p_i \to p_f \to p_F$, и отклонение $\delta n(\mathbf{p}) = n_0(\mathbf{p}) - \theta(p_F - p)$ является малым. Раскладывая функционал $E[n(\mathbf{p})]$ в ряд Тейлора по $\delta n(\mathbf{p})$ и сохраняя старшие члены, из уравнения (21) можно получить следующее соотношение в интервале $p_i \leq p \leq p_f$

$$\mu = \varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \int F(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)\delta n(\mathbf{p_1})\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \tag{29}$$

где $F(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) = \delta^2 E/\delta n(\mathbf{p})\delta n(\mathbf{p}_1)$ — амплитуда Ландау. Обе величины, амплитуда и одночастичная энергия $\varepsilon_0(\mathbf{p})$, вычислены при $n(\mathbf{p}) = \theta(p_F - p)$. Уравнение (29) имеет нетривиальные решения при плотностях $x \le x_{FC}$, если соответствующая амплитуда Ландау, зависящая от плотности, положительна и достаточно велика, чтобы потенциальная энергия была больше, чем кинетическая. Например, такое состояние реализуется в электронной жидкости при малых плотностях. Тогда преобразование ступенчатой функции $n(\mathbf{p}) = \theta(p_F - p)$ в гладкую, определяемую из уравнения (29), становится возможным [39, 40, 67].

Из уравнения (29) видно, что квазичастицы фермионного конденсата формируют коллективное состояние, поскольку их состояние определено макроскопическим числом квазичастиц с импульсами $p_f < p < p_i$. Форма одночастичного спектра, связанного с фермионным конденсатом, не зависит от взаимодействия Ландау, которое, вообще говоря, определяется свойствами системы как целого, включая коллективные состояния, нерегулярность структуры, примеси, состав и т.д. Единственная характеристика, определяемая взаимодействием Ландау, — ширина области $(p_f - p_i)$, занятая ФК; разумеется, взаимодействие должно быть достаточной силы, чтобы ФККФП вообще был возможен. Значит, можно заключить, что спектры, связанные с ФК, имеют универсальную форму. В подразделах 4.3 и 5.1 мы покажем, что они зависят от температуры и сверхпроводящей щели, но эта зависимость имеет также универсальный характер. Существование таких спектров может рассматриваться как характерная особенность "квантового протектората", при котором свойства материала, включая и термодинамические свойства, определяются некоторым фундаментальным принципом [79, 80]. В нашем случае состояние вещества с ФК также является квантовым протекторатом, поскольку новый тип квазичастиц этого состояния задает особые универсальные термодинамические и транспортные свойства ферми-жидкости с ФК.

4.3. Влияние ФККФП на систему при конечных температурах

Согласно уравнению (1), одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p},T)$ в пределах интервала $(p_f - p_i)$ при $T \ll T_f$ линейна по T [81]. Раскладывая $\ln((1-n(\mathbf{p}))/n(\mathbf{p}))$ в ряд по степеням $n(\mathbf{p})$ при $p \simeq p_F$, запишем следующее выражение

$$\frac{\varepsilon(\mathbf{p},T) - \mu(T)}{T} = \ln\frac{1-n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})} \simeq \left.\frac{1-2n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})}\right|_{p\simeq p_F}. \tag{30}$$

Здесь T_f — температура, выше которой влияние ФК становится незначительным [49]:

$$\frac{T_f}{\varepsilon_F} \sim \frac{p_f^2 - p_i^2}{2M\varepsilon_F} \sim \frac{\Omega_{FC}}{\Omega_F}. \tag{31}$$

В этой формуле Ω_{FC} является объемом ФК, ε_F — энергия Ферми и Ω_F — объем сферы Ферми. Отметим, что при $T \ll T_f$ числа заполнения $n(\mathbf{p})$, будучи полученными из уравнения (21), почти независимы от T [49,81]. При конечных температурах, согласно уравнению (30), бездисперсионное плато $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$, показанное на Рис. 1, немного повернуто против часовой стрелки вокруг μ. В результате плато немного наклонено и закруглено в конечных точках. Согласно уравнениям (6) и (30), эффективная масса M^*_{FC}, относящаяся к квазичастицам ФК, задается выражением:

$$M^*_{FC} \simeq p_F\frac{p_f - p_i}{4T}. \tag{32}$$

Для вывода уравнения (32) была использована аппроксимация для производной $dn(p)/dp \simeq -1/(p_f - p_i)$. Из уравнения (32) видно, что при $0 < T \ll T_f$ электронная жидкость с ФК ведет себя так, как будто ее поместили в квантовую критическую точку, поскольку эффективная масса электрона расходится при $T \to 0$. Фактически система находится на квантовой критической линии $x < x_{FC}$, так как критическое поведение наблюдается при $T \to 0$ для всех $x \leq x_{FC}$. Как будет показано в ходе дальнейшего изложения, поведение такой системы кардинально отличается от поведения системы, находящейся в квантовой критической точке.

Учитывая, что $(p_f - p_i) \ll p_F$, и используя уравнения (31) и (32), получаем следующие оценки для эффективной массы M^*_{FC}:

$$\frac{M^*_{FC}}{M} \sim \frac{N(0)}{N_0(0)} \sim \frac{T_f}{T}, \tag{33}$$

где $N_0(0)$ обозначает плотность состояний невзаимодействующего электронного газа, и $N(0)$ — плотность состояний на ферми-поверхности. Уравнения (32) и (33) показывают температурную зависимость M^*_{FC}.

Умножая обе стороны уравнения (32) на $(p_f - p_i)$, получаем характерную энергию E_0,

$$E_0 \;\simeq\; 4T, \tag{34}$$

определяющую интервал импульсов $(p_f - p_i)$, в котором находятся низкоэнергетические квазичастицы, характеризующиеся энергией $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \leq E_0/2$ и эффективной массой M^*_{FC}. Квазичастицы, лежащие вне этого интервала импульсов имеют энергию $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \geq E_0/2$ и слабо зависящую от температуры эффективную массу M^*_L [70, 71, 82]. Из уравнения (34) видно, что E_0 не зависит от конденсатного объема. Из уравнений (32) и (34) заключаем, что одноэлектронный спектр квазичастиц ФК при $T \ll T_f$ имеет универсальную форму и обладает особенностями квантового протектората.

Таким образом, система с ФК характеризуется двумя эффективными массами: M^*_{FC} и M^*_L. Существование двух эффективных масс проявляется в изломе или резком изменении закона дисперсии квазичастиц, который для квазичастиц с энергией $\varepsilon(\mathbf{p}) \leq \mu$ может быть приближен двумя прямыми линиями, пересекающимися при энергии $E_0/2 \simeq 2T$. Как видно из Рис. 7, при $T = 0$, прямые пересекаются при $p = p_i$. Данный излом имеет место при конечных температурах $T_c \leq T \ll T_f$, что соответствует экспериментальным данным [83]; и, как мы увидим в разделе 5, при $T \leq T_c$, это поведение соответствует экспериментальным фактам [83, 84]. Здесь T_c — критическая температура сверхпроводящего фазового перехода. При $T > T_c$ квазичастицы хорошо определены, поскольку их ширина γ невелика по сравнению с их энергией и пропорциональна температуре $\gamma \sim T$ [31, 49]. Контур линии квазичастичного возбуждения (см. подраздел 6) может быть приближен простым Лоренцианом [82], что находится в согласии с экспериментальными данными [83–85].

Оценим плотность x_{FC}, при которой происходит ФККФП. Как будет показано в разделе 8, неограниченный рост эффективной массы предшествует появлению волны плотности или волны зарядовой плотности, образующейся в электронных системах при $r_s = r_{cdw}$. Здесь $r_s = r_0/a_B$, где r_0 — среднее расстояние между электронами, а a_B — Боровский радиус. Следовательно, ФККФП переход неизбежно происходит при $T = 0$, когда r_s достигает своего критического значения r_{FC}, соответствующего x_{FC}, причем $r_{FC} < r_{cdw}$ [67]. Отметим, что рост эффективной массы при уменьшении электронной плотности наблюдался экспериментально, см. рисунки 5 и 6.

Таким образом, формирование ФК может рассматриваться как общее свойство различных сильнокоррелированных ферми-систем, а не как редкое явление, соответствующее аномальному решению уравнения (21) [67]. За точкой ФККФП конденсатный объем пропорционален $(r_s - r_{FC})$, причем, $T_f/\varepsilon_F \sim (r_s - r_{FC})/r_{FC}$, по крайней мере, когда $(r_s - r_{FC})/r_{FC} \ll 1$. Поэтому мы получаем

$$\frac{r_s - r_{FC}}{r_{FC}} \sim \frac{p_f - p_i}{p_F} \sim \frac{x_{FC} - x}{x_{FC}}. \tag{35}$$

Сильное вырождение состояния системы с ФК служит стимулятором различных фазовых переходов, которые устраняют вырождение спектра. Например, ФК может стимулировать появление волн спиновой плотности, антиферромагнитного состояния и т.д., порождая новые свойства рассматриваемых систем. ФК существенно помогает переходу в сверхпроводящее состояние, поскольку обе фазы характеризуются одинаковым параметром порядка.

4.4. Фазовая диаграмма ферми-системы с ФККФП

Температура не является управляющим параметром квантового фазового перехода. Эту роль может играть, например, плотность x. Как было показано ранее, в ККТ, $x = x_{FC}$, эффективная масса расходится. Из уравнения (19) следует, что за ККТ эффективная масса становится отрицательной. Для того, чтобы избежать неустойчивого и физически бессмысленного состояния с отрицательной эффективной массой, в системе происходит ФККФП, в результате которого формируется ФК.

Схематическая фазовая диаграмма системы, которая приводится в состояние с ФК с помощью изменения плотности x, представлена на Рис. 8. При приближении управляющего параметра к критическому значению x_{FC} система остается в области ЛФЖ при достаточно низких температурах, как это изображено в виде закрашенной области. Температурный интервал закрашенной области сжимается при приближении системы к ККТ,

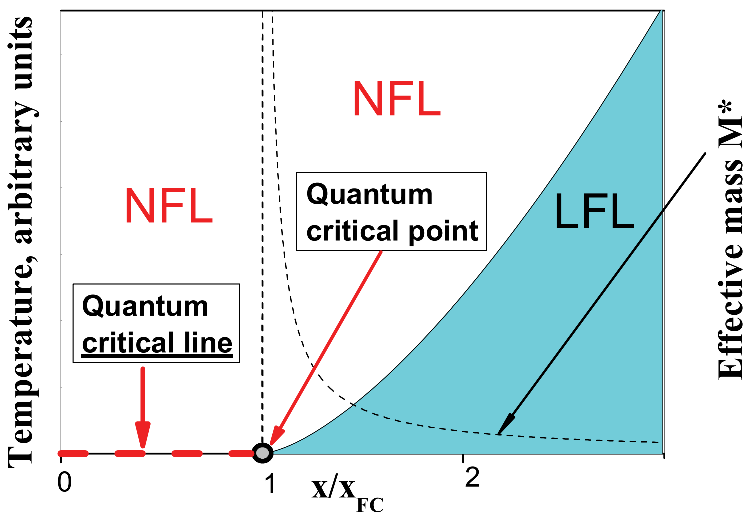

Рис. 8: Схематичная фазовая диаграмма системы с ФК. Плотность является управляющим параметром ζ и обозначена как x/x_{FC}. Штриховая линия изображает $M^*(x/x_{FC})$ при приближении системы к ККТ, $x/x_{FC} = 1$, ФККФП. Эта квантовая точка указана стрелкой. При $x/x_{FC} > 1$ и достаточно низких температурах система находится в состоянии ЛФЖ, которое показано в виде закрашенной области. При $T = 0$ и за критической точкой $x/x_{FC} < 1$, система находится на квантовой критической линии, обозначенной штрихованной линией, на которую указывает вертикальная стрелка. Критическая линия описывает состояние с ФК со сверхпроводящим параметром порядка κ. При сколь угодно малой конечной температуре $T > T_c = 0$ параметр порядка κ исчезает, и система совершает фазовый переход первого рода в состояние с ненулевой энтропией S_0 и демонстрирует НФЖ поведение при любой температуре $T < T_f$.

и $M^*(x/x_{FC})$ расходится, что соответствует уравнению (19) и показано штрихованной линией. В ККТ x_{FC}, показанной стрелкой на Рис. 8, система демонстрирует НФЖ поведение при любых, вплоть до нулевой, температурах. За критической точкой при конечных температурах поведение системы остается НФЖ и определяется не зависящей от температуры энтропией S_0 [6,74]. В этом случае, при $T \to 0$, система стремится к квантовой критической линии (показанной на Рис. 8 в виде штриховой линии, на которую указывает вертикальная стрелка), а не к квантовой критической точке. Таким образом система имеет НФЖ поведение при $T \to 0$, когда контролирующий параметр находится в некотором интервале значений $\zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. Такое поведение соответствует экспериментальными наблюдениями [86, 87] и не может быть объяснено в рамках теорий, использующих критические флуктуации или решетку и экранирование Кондо, поскольку флуктуации, экранирование и такого ряда эффекты возникают при определенном значении критического параметра ζ [87].

При достижении квантовой критической линии сверху, при $T \to 0$ система совершает квантовый фазовый переход первого рода, который является ФККФП и происходит при $T_c = 0$. Для системы, находящейся до ККТ, при уменьшении температуры ее поведение меняется от НФЖ к ЛФЖ без совершения фазового перехода. Из Рис. 8 видно, что при конечных температурах не наблюдается четкой границы (или фазового перехода) между состояниями системы до ККТ, показанной стрелкой, и после нее. Поэтому при увеличении температуры свойства системы с $x/x_{FC} < 1$ и с $x/x_{FC} > 1$ кажутся неразличимыми. Однако при $T > 0$ НФЖ состояние непосредственно над критической линией вырождено, что стимулирует появление различных фазовых переходов, снимающих его. НФЖ состояние может быть захвачено другими состояниями, такими как сверхпроводящее (SC) (например, в $CeCoIn_5$ [60,74]) или антиферромагнитным (AF) (в $YbRh_2Si_2$ [36]) и т.д. Разнообразие фазовых переходов, происходящих при низких температурах, является одной из наиболее впечатляющих особенностей физики многих ТФ металлов. В рамках сценария обычных квантовых фазовых переходов трудно понять, почему эти фазовые переходы так сильно отличаются друг от друга и их критические температуры так предельно малы. Однако, такое разнообразие свойственно системам с ФК [22].

При использовании управляющих параметров, отличных от температуры, (например, плотности, давления или магнитного поля) НФЖ поведение может быть разрушено, а ЛФЖ восстановлено. Например, наложение магнитного поля $B > B_{c0}$ перемещает систему за ККТ и разрушает AF состояние, восстанавливая ЛФЖ поведение. Здесь B_{c0} есть критическое магнитное поле, такое, что при $B > B_{c0}$ система переходит в ЛФЖ состояние. В некоторых случаях, например в ТФ металле $CeRu_2Si_2$, $B_{c0} = 0$, [88], в то время как в $YbRh_2Si_2$, $B_{c0} \simeq 0.06$ T [15].

5. Сверхпроводящее состояние в присутствии фермионного конденсата

В этом разделе исследовано сверхпроводящее состояние 2D жидкости тяжелых электронов, поскольку высокотемпературные сверхпроводники преимущественно представлены 2D структурами. С другой стороны, наше рассмотрение может быть легко обобщено на трехмерный случай. Чтобы показать, что нет принципиальной разницы между двумерным и трехмерным случаями, в подразделе 5.2 функции Грина получены для трехмерного случая.

5.1. Сверхпроводящее состояние при $T = 0$

Как было показано в подразделе 4.1, энергия основного состояния $E_{gs}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})]$ 2D электронной жидкости является функционалом как параметра порядка сверхпроводящего состояния $\kappa(\mathbf{p})$, так и чисел заполнения квазичастиц $n(\mathbf{p})$. Эта энергия определяется известным уравнением Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) и в теории слабой связи сверхпроводимости имеет вид [51, 73, 89]

$$E_{gs}[\kappa(\mathbf{p}),n(\mathbf{p})] = E[n(\mathbf{p})]+\lambda_0\int V(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2) \times \kappa(\mathbf{p}_1)\kappa^*(\mathbf{p}_2)\frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^4}. \quad (36)$$

Здесь $E[n(\mathbf{p})]$ — функционал Ландау, определяющий энергию нормальной ферми-жидкости, и

$$n(\mathbf{p}) = v^2(\mathbf{p});\ \ \kappa(\mathbf{p}) = v(\mathbf{p})u(\mathbf{p}), \quad (37)$$

где $u(\mathbf{p})$, и $v(\mathbf{p})$ — нормированные параметры, так что $v^2(\mathbf{p}) + u^2(\mathbf{p}) = 1$ и $\kappa(\mathbf{p}) = \sqrt{n(\mathbf{p})(1-n(\mathbf{p}))}$. Предполагается, что константа λ_0, определяющая величину спаривательного взаимодействия $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)$, мала. Определим сверхпроводящую щель как

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\lambda_0\int V(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)\kappa(\mathbf{p}_1)\frac{d\mathbf{p}_1}{4\pi^2}. \quad (38)$$

Минимизируя E_{gs} относительно $v(\mathbf{p})$ и учитывая (38), получаем уравнения, связывающие одночастичную энергию $\varepsilon(\mathbf{p})$ с $\Delta(\mathbf{p})$ и $E(\mathbf{p})$,

$$\varepsilon(\mathbf{p})-\mu = \Delta(\mathbf{p})\frac{1-2v^2(\mathbf{p})}{2\kappa(\mathbf{p})},\ \ \frac{\Delta(\mathbf{p})}{E(\mathbf{p})} = 2\kappa(\mathbf{p}), \quad (39)$$

где одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p})$ определяется уравнением Ландау (3) и

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{p})+\Delta^2(\mathbf{p})}, \quad (40)$$

где $\xi(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p})-\mu$. Подставляя выражение для $\kappa(\mathbf{p})$ из (39) в уравнение (38), получаем известное уравнение теории БКШ для $\Delta(\mathbf{p})$

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\frac{\lambda_0}{2}\int V(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)\frac{\Delta(\mathbf{p}_1)}{E(\mathbf{p}_1)}\frac{d\mathbf{p}_1}{4\pi^2}. \quad (41)$$

При $\lambda_0 \to 0$ максимальное значение Δ_1 сверхпроводящей щели $\Delta(\mathbf{p})$ стремится к нулю, и уравнение (39) сводится к уравнению (21):

$$\frac{\delta E[n(\mathbf{p})]}{\delta n(\mathbf{p})} = \varepsilon(\mathbf{p})-\mu = 0, \quad (42)$$

при условии, что $0 < n(\mathbf{p}) < 1$, или $\kappa(\mathbf{p}) \neq 0$, в интервале $p_i \leq p \leq p_f$. Из уравнения (42) видно, что для $x < x_{FC}$ функция $n(\mathbf{p})$ определяется путем решения стандартной задачи поиска минимума функционала $E[n(\mathbf{p})]$ [39, 49]. Уравнение (42) устанавливает функцию распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, которая обеспечивает минимальную величину энергии основного состояния $E_{gs}[\kappa(\mathbf{p}),n(\mathbf{p})]$ в пределе при $\lambda_0 \to 0$. Теперь мы можем изучить отношения между состоянием, определенным уравнением (42) или (21), и сверхпроводящим состоянием.

При $T = 0$ уравнение (42) определяет специфическое состояние ферми-жидкости с ФК, для которого модуль параметра порядка $|\kappa(\mathbf{p})|$ имеет конечное значение в интервале импульсов $p_i \leq p \leq p_f$, в то время как $\Delta_1 \to 0$. Такое состояние может рассматриваться как сверхпроводящее с бесконечно малой величиной Δ_1. Поэтому при $T = 0$ энтропия этого состояния равна нулю. Очевидно, что квантовое состояние с ФК, возникшее в результате ФККФП, исчезает при $T > 0$ [70, 71]. Любой квантовый фазовый переход, который происходит при температуре $T = 0$, контролируется параметрами, отличными от температуры, например, давлением, магнитным полем или плотностью x подвижных носителей заряда. В случае ФК, как было показано в подразделе 4, контролирующим параметром может быть плотность x системы, которая определяет величину амплитуды Ландау. Как мы видели выше, ФККФП происходит в квантовой критической точке $x = x_{FC}$. При $x > x_{FC}$ система находится на неупорядоченной стороне от ФККФП; при $x < x_{FC}$ система находится на упорядоченной стороне, и параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ отличен от нуля в области $p_i < p_F < p_f$.

Решения $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (42) представляют новый класс решений как уравнений БКШ, так и уравнений ферми-жидкости Ландау. В отличие от обычных решений БКШ [73], новые решения характеризуются бесконечно малой величиной сверхпроводящей щели $\Delta_1 \to 0$ при конечной величине параметра порядка $\kappa(\mathbf{p})$. С другой стороны, в отличие от стандартных решений теории ферми-жидкости Ландау, новые решения $n_0(\mathbf{p})$ определяют состояние тяжелой электронной жидкости с конечной величиной энтропии S_0 при $T \to 0$ (см. формулу (28)). Мы можем сделать важное заключение, что решения уравнения (42) могут рассматриваться как общие решения БКШ и уравнений ферми-жидкости Ландау, а само уравнение (42) может быть выведено либо из теории БКШ, либо из теории ферми-жидкости Ландау. Таким образом, при $T \to 0$ сосуществуют оба состояния системы. При переходе в состояние с параметром порядка $\kappa(\mathbf{p})$ энтропия скачком обращается в ноль, а система испытывает фазовый переход первого рода, вблизи которого критические квантовые и тепловые флуктуации подавлены, и квазичастицы являются хорошо определенными возбуждениями. Как следует из уравнения (22), ФККФП переход связан с изменением топологической структуры функции Грина и относится к топологическим фазовым переходам Лифшица, происходящих при нулевой температуре [69]. Это обстоятельство устанавливает связь ФККФП с квантовыми фазовыми переходами, при которых ферми-сфера расщепляется в последовательность ферми-слоев [90], см. раздел 7. Отметим, что в состоянии с параметром порядка $\kappa(\mathbf{p})$ энтропия системы $S = 0$, и теорема Нернста в системах с ФК выполняется.

Если $\lambda_0 \neq 0$, Δ_1 становится конечной, приводя к конечной величине эффективной массы M^*_{FC}, которая может быть получена из уравнения (39) путем дифференцирования обеих частей этого уравнение по импульсу p и использования уравнения (6) [70, 71, 82]

$$M^*_{FC} \simeq p_F \frac{p_f - p_i}{2\Delta_1}. \tag{43}$$

Что касается масштаба энергии, то он определяется параметром E_0:

$$E_0 = \varepsilon(\mathbf{p}_f) - \varepsilon(\mathbf{p}_i) \simeq p_F \frac{(p_f - p_i)}{M^*_{FC}} \simeq 2\Delta_1. \tag{44}$$

5.2. Функция Грина сверхпроводящего состояния с фермионным конденсатом при *T* = 0

Запишем пару уравнений для трехмерного случая (уравнения Горькова [91]), определяющих функции Грина $F^+(\mathbf{p},\omega)$ и $G(\mathbf{p},\omega)$ сверхпроводника (см., например, [20])

$$\begin{aligned} F^{+} &= \frac{-\lambda_0 \Xi^*}{(\omega - E(\mathbf{p}) + i0)(\omega + E(\mathbf{p}) - i0)}; \\ G &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}, \end{aligned} \tag{45}$$

Щель Δ и Ξ имеют вид

$$\Delta = \lambda_0|\Xi|, \quad i\Xi = \int\int_{-\infty}^{\infty} F^+(\mathbf{p},\omega)\frac{d\omega d\mathbf{p}}{(2\pi)^4}. \tag{46}$$

Напомним, что функция $F^+(\mathbf{p},\omega)$ имеет смысл волновой функции куперовских пар, а Ξ — волновая функция движения этих пар как целого, которая в однородной системе сводится к постоянной [20]. Параметры $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$ определены соотношением (37). Из уравнений (39) и (46) получаем, что

$$i\Xi = \int_{-\infty}^{\infty} F_0^+(\mathbf{p},\omega)\frac{d\omega d\mathbf{p}}{(2\pi)^4} = i\int \kappa(\mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \tag{47}$$

Принимая во внимания уравнения (46) и (39), записываем уравнения (45) в виде:

$$\begin{aligned} F^{\ +} &= -\frac{\kappa(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{\kappa(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}; \\ G &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}. \end{aligned} \tag{48}$$

При $\lambda_0 \to 0$, щель $\Delta \to 0$, но Ξ и $\kappa(\mathbf{p})$ остаются конечными, если спектр становится плоским, $E(\mathbf{p}) = 0$, а уравнения (48) в области $p_i \leq p \leq p_f$ принимают вид

$$\begin{aligned} F^+(\mathbf{p},\omega) &= -\kappa(\mathbf{p})\left[\frac{1}{\omega + i0} - \frac{1}{\omega - i0}\right]; \\ G(\mathbf{p},\omega) &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega - i0}. \end{aligned} \tag{49}$$

Параметры $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$ определяются из условия, что спектр — плоский: $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$. Это условие, если принять во внимание уравнение Ландау (3), сводится опять к уравнениям (21) и (42) на определение минимума функционала $E[n(\mathbf{p})]$.

Построим функции $F^+(\mathbf{p},\omega)$ и $G(\mathbf{p},\omega)$, когда константа λ_0 конечна, но мала, так что $v(\mathbf{p})$ и $\kappa(\mathbf{p})$ могут быть получены на основе ФК решений уравнения (21). Тогда Ξ, Δ и $E(\mathbf{p})$ даны уравнениями (47), (46) и (39). Подставляя эти функции в (48), мы получаем $F^+(\mathbf{p},\omega)$ и $G(\mathbf{p},\omega)$ [92]. Отметим, что из (46) следует, что в этих условиях Δ — линейная функция λ_0.

5.3. Сверхпроводящее состояние при конечных температурах

Предположим, что область, занятая ФК, мала, $(p_f - p_i)/p_F \ll 1$, и $\Delta_1 \ll T_f$. Чтобы решить аналитически уравнение (2.5), возьмем приближение БКШ для взаимодействия [73]: $\lambda_0 V(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) = -\lambda_0$, если $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \leq \omega_D$, и взаимодействие равно нулю вне этой области, ω_D — некоторая характеристическая энергия. В результате сверхпроводящая щель зависит только от температуры, $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta_1(T)$, и уравнение (2.5) принимает форму

$$\begin{aligned} 1 &= N_{FC}\lambda_0 \int_0^{E_0/2} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2(0)}} \\ &+ N_L\lambda_0 \int_{E_0/2}^{\omega_D} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2(0)}}. \end{aligned} \tag{50}$$

Здесь мы обозначили $\xi = \varepsilon(\mathbf{p}) - \mu$ и ввели плотность состояний N_{FC} в интервале $(p_f - p_i)$ или в E_0 энергетическом интервале. Из уравнения (43) следует, что $N_{FC} = (p_f -$

$p_F)p_F/2\pi\Delta_1(0)$. Плотность состояний N_L в области $(\omega_D - E_0/2)$ имеет стандартный вид $N_L = M_L^*/2\pi$. Если характерная энергия $E_0 \to 0$, уравнение (50) сводится к уравнению БКШ. С другой стороны, предполагая, что $E_0 \leq 2\omega_D$ и опуская второй интеграл в правой части уравнения (50), получаем

$$\begin{aligned}\Delta_1(0) &= \frac{\lambda_0 p_F(p_f - p_F)}{2\pi}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\\ &= 2\beta\varepsilon_F\frac{p_f - p_F}{p_F}\ln\left(1+\sqrt{2}\right),\end{aligned} \tag{51}$$

где $\varepsilon_F = p_F^2/2M_L^*$ — энергия Ферми, а безразмерная константа спаривания β дается выражением $\beta = \lambda_0 M_L^*/2\pi$. Используя обычную величину β для рядовых сверхпроводников, например, $\beta \simeq 0.3$, и полагая $(p_f - p_F)/p_F \simeq 0.2$, мы получаем из уравнения (51) большую величину для $\Delta_1(0) \sim 0.1\varepsilon_F$, в то время как для рядовых сверхпроводников щель имеет намного меньшее значение, $\Delta_1(0) \sim 10^{-3}\varepsilon_F$. Принимая во внимание опущенный выше интеграл, получаем

$$\begin{aligned}\Delta_1(0) &\simeq 2\beta\varepsilon_F\frac{p_f - p_F}{p_F}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\\ &+ \Delta_1(0)\beta\ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta_1(0)}\right).\end{aligned} \tag{52}$$

В правой части (52) значение Δ_1 задано (51). В этом случае изотопический эффект мал, поскольку T_c зависит от ω_D логарифмически, но он восстанавливается, когда $E_0 \to 0$. Если $E_0 \to 0$ и $p_f \to p_i \to p_F$, то первое слагаемое справа равно нулю, и мы получаем обычный результат БКШ. Поправка, связанная со вторым интегралом в (50), мала, поскольку второе слагаемое в правой части (52) содержит дополнительный множитель β. Ниже покажем, что $2T_c \simeq \Delta_1(0)$.

При $T \simeq T_c$ уравнения (43) и (44) заменяются на уравнения (32) и (34), которые верны также при $T_c \leq T \ll T_f$

$$M_{FC}^* \simeq p_F\frac{p_f - p_i}{4T_c},\ \ E_0 \simeq 4T_c,\ \text{если}\ T \simeq T_c; \tag{53}$$

$$M_{FC}^* \simeq p_F\frac{p_f - p_i}{4T},\ \ E_0 \simeq 4T,\ \text{при}\ T \geq T_c. \tag{54}$$

Уравнение (50) заменяется его обычным обобщением, справедливым при конечных температурах

$$\begin{aligned}1 &= N_{FC}\lambda_0\int\limits_0^{E_0/2}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2+\Delta_1^2}}\tanh\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta_1^2}}{2T}\\ &+ N_L\lambda_0\int\limits_{E_0/2}^{\omega_D}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2+\Delta_1^2}}\tanh\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta_1^2}}{2T}.\end{aligned} \tag{55}$$

Учитывая, что $\Delta_1(T \to T_c) \to 0$, получаем из (55) соотношение, близкое к результату БКШ [5]

$$2T_c \simeq \Delta_1(0), \tag{56}$$

где $\Delta_1(T=0)$ определяется из уравнения (52). Сравнивая (43), (44) и (53), (54), мы видим, что M_{FC}^* и E_0 также не зависят от температуры при $T \leq T_c$.

5.4. Квазичастицы Боголюбова

Из уравнения (41) видно, что сверхпроводящая щель зависит от одночастичного спектра $\varepsilon(\mathbf{p})$. С другой стороны, из (39) следует, что $\varepsilon(\mathbf{p})$ зависит от $\Delta(\mathbf{p})$ при условии, что при $\lambda_0 \to 0$ (42) имеет решение, определяющее существование ФК. Предположим, что величина λ_0 является настолько малой, что спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ ведет лишь к малому возмущению параметра порядка $\kappa(\mathbf{p})$. Из (43) следует, что эффективная масса и плотность состояний $N(0) \propto M^*_{FC} \propto 1/\Delta_1$ конечны. Таким образом, в отличие от обычной теории сверхпроводимости, одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ сильно зависит от сверхпроводящей щели, и уравнения (3) и (41) следует решать самосогласованным методом.

Предположим, что уравнения (3) и (41) решены, и эффективная масса M^*_{FC} определена. Теперь можно установить закон дисперсии квазичастиц $\varepsilon(\mathbf{p})$, выбирая эффективную массу M^* равной полученному значению M^*_{FC}, и затем решать уравнение (41) без учета (3), как это делается в случае обычной теории сверхпроводимости БКШ [73]. Следовательно, сверхпроводящее состояние с ФК характеризуется квазичастицами Боголюбова [93] с дисперсией (40) и выполненным условием нормировки $v^2(\mathbf{p}) + u^2(\mathbf{p}) = 1$ для коэффициентов $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$. Далее, квазичастичные возбуждения сверхпроводящего состояния в присутствии ФК совпадают с квазичастицами Боголюбова, характерными для теории БКШ, и сверхпроводимость с ФК похожа на сверхпроводимость БКШ, что указывает на применимость формализма БКШ при описании сверхпроводящего состояния высокотемпературных сверхпроводников [94]. Вместе с тем, максимальная величина сверхпроводящей щели, даваемая уравнением (52), и другие экзотические свойства определяются присутствием ФК. Эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными фактами, полученными на высокотемпературных сверхпроводниках $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$ [95].

При построении сверхпроводящего состояния с ФК мы вернулись к принципиальным основам теории ферми-жидкости Ландау, из которой исключены высоко-энергетические степени свободы ценой введения квазичастиц. Главным различием между ферми-жидкостью Ландау, служащей основанием при конструировании сверхпроводящего состояния, и ферми-жидкостью с ФК является то, что мы должны расширить число низкоэнергетических степеней свободы, вводя новый тип квазичастиц с эффективной массой M^*_{FC} и характерную энергию E_0, задаваемую (44). Поэтому закон дисперсии $\varepsilon(\mathbf{p})$ характеризуется двумя типами квазичастиц с эффективными массами M^*_L и M^*_{FC} и масштабом E_0. Эти новые квазичастицы определяют свойства сверхпроводника, включая и форму линии возбуждения квазичастиц [70, 71, 96], в то время как дисперсия квазичастиц Боголюбова имеет стандартную форму.

Отметим, что эффективная масса M^*_{FC} и масштаб E_0 не зависят от температуры при $T < T_c$ [96]. При $T > T_c$ эффективная масса M^*_{FC} и масштаб E_0 задаются уравнениями (32) и (34), соответственно. Очевидно, что мы не можем непосредственно связать эти новые возбуждения - квазичастицы ферми-жидкости с ФК с возбуждениями - квазичастицами идеального ферми-газа, как это сделано в стандартной теории ферми-жидкости, потому что рассматриваемая система находится за точкой ФККФП. Тем не менее, основные принципы теории ферми-жидкости Ландау работают при ФККФП: понятие параметра порядка сохранено, и низко-энергетические возбуждения сильнокоррелированной жидкости с ФК представлены квазичастицами. Свойства и динамика этих новых квазичастиц тесно связаны со свойствами сверхпроводящего состояния и имеют коллективную природу, формируемую ФККФП и определяемую макроскопическим числом квазичастиц ФК с импульсами в интервале $(p_f - p_i)$. Такая система не может быть возмущена рассеянием на примесях и дефектах решетки и поэтому имеет особенности квантового протектората, а также демонстрирует универсальное поведение [70, 71, 79, 80].

Здесь уместно сделать несколько замечаний, связанных с квантовым протекторатом и универсальным поведением сверхпроводников с ФК. Как и теория ферми-жидкости Ландау, теория высокотемпературной сверхпроводимости, основанная на ФККФП, имеет дело с квазичастицами, которые являются элементарными возбуждениями малой энергии. Эта теория дает качественное общее описание как сверхпроводящего, так и нормального состояний сверхпроводника. Конечно, можно выбрать феноменологические параметры (например, константу связи спаривательного взаимодействия и т.п.) и получить количественное рассмотрение сверхпроводимости, как это может быть сделано в рамках теории Ландау при описании нормальной ферми-жидкости, например, ^{3}He. Поэтому любая теория, которая способна описать ФК и совместима с теорией БКШ, даст качественную картину сверхпроводящего и нормального состояний, совпадающую с картиной, основанной на ФККФП. Очевидно, что оба подхода могут быть согласованы на уровне численных результатов путем подбора соответствующих параметров. Например, поскольку формирование ФК возможно в модели Хаббарда [78], то можно повторить результаты теории, основанной на ФККФП, в модели Хаббарда. Здесь уместно отметить, что соответствующее описание, ограниченное случаем $T = 0$, получено в рамках модели Хаббарда [97, 98].

5.5. Псевдощель

Обсудим некоторые особенности сверхпроводящего состояния с фермионным конденсатом [54, 99]. Рассмотрим два возможных типа сверхпроводящей щели $\Delta(\mathbf{p})$, определяемой уравнением (41) и взаимодействием $\lambda_0 V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$. Если это взаимодействие обусловлено притяжением, возникающим, например, в результате обмена фононами или магнитными возбуждениями, тогда решение уравнения (41) с s-волной или $s+d$ смешанными волнами будет иметь самую низкую энергию. Если спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ представляет комбинацию притягивающего взаимодействия и достаточно сильного отталкивающего взаимодействия, то d-волновая сверхпроводимость может иметь место (см. например, [100,101]). Однако как s-волновая, так и d-волновая симметрии приводят приблизительно к одинаковой величине щели Δ_1 в уравнении (52) [96]. Поэтому d-волновая сверхпроводимость не является универсальным и необходимым свойством высокотемпературных сверхпроводников. Это заключение находится в согласии с экспериментом [102–106].

Мы можем определить критическую температуру T^*, как температуру, когда $\Delta_1(T^*) \equiv 0$. При $T \geq T^*$, уравнение (55) имеет только тривиальное решение $\Delta_1 \equiv 0$. С другой стороны, критическая температура T_c может быть определена как температура, при которой сверхпроводимость исчезает, а щель занимает только часть поверхности Ферми. Таким образом, существуют две различных температуры T_c и T^*, которые в случае d-волновой симметрии щели могут не совпадать. Как было показано [54, 82], в присутствии ФК есть нетривиальные решения уравнения (55) при $T_c \leq T \leq T^*$, когда спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$, наряду с притяжением, включает сильное отталкивание, приводящее к d-волновой сверхпроводимости. В этом случае щель $\Delta(\mathbf{p})$, как функция угла ϕ, $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta(p_F, \phi)$, обладает новыми узлами при $T > T_{node}$, как это показано на Рис. 9 [82].

На Рис. 9 показано отношение $\Delta(p_F, \phi)/T^*$, вычисленное при трех различных температурах $0.9\,T_{node}$, T_{node} и $1.2\,T_{node}$. Важным различием между кривыми (a) и (b), (c) являются плоские участки (b) и (c), отмеченные двумя стрелками. Как видно на Рис. 9, уплощение происходит из-за двух новых нулей, появляющихся при $T = T_{node}$. С ростом температуры область θ_c, заключенная между нулями и показанная двумя стрелками на Рис. 9, увеличивается. Из Рис. 2 также видно, что щель Δ является чрезвычайно малой внутри интервала θ_c. Было показано [107, 108], что существует взаимное влияние между магнетизмом и сверхпроводимостью, приводящее к подавлению магнетизма ниже T_c, поэтому можно ожидать подавления сверхпроводимости за счет магнетизма.

Таким образом, можно заключить, что щель в диапазоне θ_c может быть разрушена сильными антиферромагнитными корреляциями (или волнами спиновой плотности), примесями и заметными неоднородностями существующими в ВТСП [109]. В результате разрушения сверхпроводящей щели в макроскопической области фазового пространства

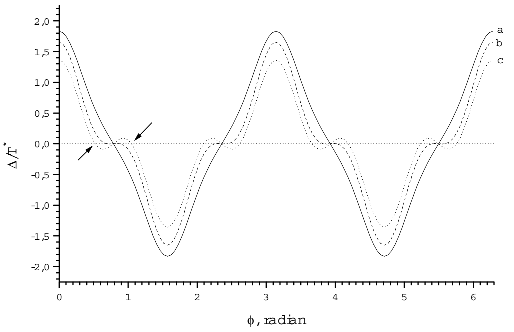

Рис. 9: Щель $\Delta(p_F, \phi)$, как функция ϕ, вычислена при трех различных температурах, выраженных в единицах $T_{node} \simeq T_c$, Δ — в единицах T^*. Кривая (a), сплошная линия, изображает функцию $\Delta(p_F, \phi)$, рассчитанную при температуре $0.9T_{node}$. Кривая (b), штриховая линия, представляет ту же самую функцию при $T = T_{node}$, и кривая (c), пунктирная линия, показывает эту функцию, рассчитанную при температуре $1.2T_{node}$. Отметим важное различие между кривыми (b) и (c) по сравнению с кривой (a), состоящее в появлении плоских участков кривых (b) и (c) около нулей. Две стрелки указывают область θ_c, ограниченную двумя новыми нулями, появляющимися при $T > T_{node}$.

θ_c происходит и разрушение сверхпроводимости, так что $T_c \simeq T_{node}$. Точное значение T_c определяется конкуренцией между антиферромагнитным состоянием (или волнами спиновой плотности) и сверхпроводимостью в интервале θ_c. Поведение и форма псевдощели очень похожи на аналогичные характеристики сверхпроводящей щели, как это видно из Рис. 9. Основное различие состоит в том, что псевдощель исчезает вдоль сегмента θ_c поверхности Ферми, а щель — в изолированных узлах d-волны. Наши оценки показывают, что функция $\theta_c(\psi)$ увеличивается быстро при малых значениях угла ψ, $\theta_c(\psi) \simeq \sqrt{\psi}$. Эти оценки находятся в соответствии с численными расчетами функции $\theta_c([T-T_c]/T_c)$, график которой приведен на Рис. 10. Поэтому мы можем заключить, что T_c должна быть близка к T_{node}.

Таким образом, состояние с псевдощелью появляется при температурах $T \geq T_c \simeq T_{node}$ и исчезает при $T \geq T^*$, когда уравнение (55) имеет только тривиальное решение $\Delta_1 \equiv 0$. Очевидно, что Δ_1 определяет T^*, а не T_c, поэтому уравнение (2.15) следует переписать как

$$2T^* \simeq \Delta_1(0). \tag{57}$$

Температура T^* имеет физический смысл температуры перехода между состоянием с параметром порядка $\kappa \neq 0$ и нормальным состоянием.

При $T < T_c$ квазичастичные возбуждения сверхпроводящего состояния характеризуются острыми пиками. Когда температура становится больше ($T > T_c$), и $\Delta(\theta) \equiv 0$ в интервале θ_c, на сегментах θ_c на поверхности Ферми появляются нормальные квазичастичные возбуждения с шириной γ. Псевдощель существует вне сегментов θ_c, и в этой области ферми-поверхность занята возбуждениями типа БКШ. Оба типа возбуждений имеют ширину одного порядка величины, передавая свои энергию и импульс в возбуждения нормальных квазичастиц. Эти выводы находятся в соответствии с убедительными свидетельствами спаривания или формирования предварительных пар в псевдощелевом режиме при температурах выше T_c [110–114].

Оценим γ. Если бы вся поверхность Ферми была занята нормальным состоянием, то ширина была бы равна $\gamma \approx N(0)^3T^2/\varepsilon(T)^2$, с плотностью состояний $N(0) \sim M^*(T) \sim 1/T$, см. уравнение (32). Диэлектрическая постоянная $\varepsilon(T) \sim N(0)$, и ширина γ в данном

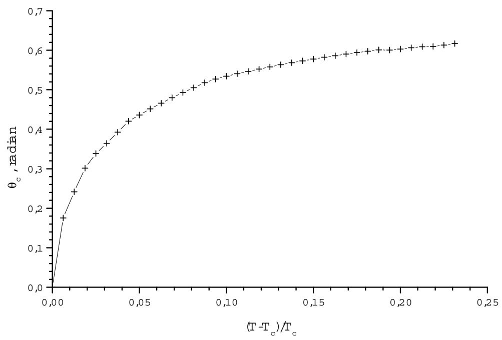

Рис. 10: Расчет угла θ_c, разделяющий два нуля, как функция $(T-T_c)/T_c$.

случае равна $\gamma \sim T$ [49]. В нашем случае, однако, только часть поверхности Ферми в пределах θ_c занята нормальными возбуждениями. Поэтому число состояний доступных для квазичастиц и для квазидырок пропорционально θ_c, и множитель T^2 заменяется на $T^2\theta_c^2$. Принимая это во внимание, получаем $\gamma \sim \theta_c^2 T \sim T(T-T_c)/T_c \sim (T-T_c)$. Здесь мы опустили малый вклад, даваемый возбуждениями типа БКШ. Именно поэтому ширина γ исчезает при $T = T_c$. Отметим, что сопротивление $\rho(T)$ нормального состояния ведет себя как $\rho(T) \propto T$, поскольку $\gamma \sim (T-T_c)$. Очевидно, что при $T > T^*$ поведение $\rho(T) \propto T$ остается справедливым до температуры $T \sim T_f$, и T_f может быть столь же большой, как энергия Ферми, если ФК занимает значимую часть объема Ферми.

Температура T_{node} определяется, главным образом, отталкивающим взаимодействием, являющимся частью спаривательного взаимодействия — $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$. В свою очередь, величина отталкивающего взаимодействия может зависеть от таких свойств материалов, как состав, уровень легирования и т.д. Так как сверхпроводимость разрушается при $T_c \simeq T_{node}$, отношение $2\Delta_1/T_c$ может изменяться в широких пределах и сильно зависеть от свойств материала [54, 82, 99]. Например, в случае $Bi_2Sr_2CaCu_2\ O_{6+\delta}$ считается, что сверхпроводимость и псевдощель имеют общее происхождение, $2\Delta_1/T_c$ приблизительно равно 28, в то время как отношение $2\Delta_1/T^* \simeq 4$, что находится в согласии с экспериментальными данными, полученными в измерениях на других ВТСП [100].

Отметим, что уравнение (57) дает также хорошее описание максимальной величины щели Δ_1 и в случае d-волновой сверхпроводимости, поскольку различные области с максимальной плотностью состояний могут рассматриваться как несвязанные [101]. Можно также заключить, что без достаточно сильного отталкивающего взаимодействия, когда реализуется s-волновое спаривание, псевдощель отсутствует. Таким образом, переход от сверхпроводящей щели к псевдощели может иметь место только в случае d-волнового спаривания, когда сверхпроводимость разрушается при $T_c \simeq T_{node}$, и сверхпроводящая щель плавно преобразуется в псевдощель, которая закрывается при некоторой температуре $T^* > T_c$ [54,82,99]. Отсутствие псевдощели в случае s-волнового спаривания соответствует экспериментальным данным (см., например, [106]).

5.6 Зависимость критической температуры T_c сверхпроводящего фазового перехода от легирования

Рассмотрим максимальную величину сверхпроводящей щели Δ_1 как функцию плотности x подвижных носителей заряда, которая пропорциональна уровню легирования. Используя уравнение (35), мы можем переписать уравнение (51) в следующем виде:

$$\frac{\Delta_1}{\varepsilon_F} \sim \beta \frac{(x_{FC} - x)x}{x_{FC}}. \qquad (58)$$

Здесь мы приняли во внимание, что уровень Ферми $\varepsilon_F \propto p_F^2$, плотность $x \sim p_F^2/(2M_L^*)$, и, таким образом, $\varepsilon_F \propto x$. Вполне реалистичным будет предположение, что $T_c \propto \Delta_1$, потому что полученная опытным путем простая кривая $T_c(x)$ в высокотемпературных сверхпроводниках [2] должна иметь только гладкую зависимость от x. Тогда $T_c(x)$, в соответствии с этим предположением, имеет колоколообразную форму [115]:

$$T_c(x) \propto \beta(x_{FC} - x)x. \tag{59}$$

В качестве примера применения предыдущего анализа рассмотрим основные особенности сверхпроводника, который мог бы существовать при комнатной температуре. Сверхпроводник должен быть квази-двумерной структурой, как высокотемпературные сверхпроводящие купраты. Из уравнения (51) следует, что $\Delta_1 \sim \beta\varepsilon_F \propto \beta/r_s^2$. Замечая, что ферми-конденсатный квантовый фазовый переход в трехмерных системах происходит при $r_s \sim 20$ и в двумерных системах при $r_s \sim 8$ [67], мы можем ожидать, что Δ_1 в трехмерных системах составляет 10% от максимальной величины сверхпроводящей щели в 2D системе, которая в последнем случае достигает 60 mV для слабо легированных купратов с критической температурой $T_c = 70K$ [116]. С другой стороны, из уравнения (51) видно, что Δ_1 может быть еще больше: $\Delta_1 \sim 75$ mV. Можно ожидать, что $T_c \sim 300$ K в случае s-волнового спаривания, как это следует из простого отношения $2T_c \simeq \Delta_1$. Действительно, мы можем взять $\varepsilon_F \sim 500$ mV, $\beta \sim 0.3$ и $(p_f - p_i)/p_F \sim 0.5$.

Таким образом, возможный сверхпроводник при комнатной температуре должен быть s-волновым сверхпроводником, чтобы избавиться от эффекта псевдощели, чрезвычайно уменьшающего температуру T_c разрушения сверхпроводящего состояния. Отметим, что плотность x подвижных носителей заряда должна удовлетворять условию $x \leq x_{FC}$ и быть изменяемой, чтобы достичь оптимального уровня $x_{opt} \simeq x_{FC}/2$.

5.7. Щель и удельная теплоемкость в окрестности T_c

Обратимся к вычислениям щели и теплоемкости при температурах $T \to T_c$. Наш анализ справедлив, если $T^* \simeq T_c$, иначе рассмотренные ниже разрывы теплоемкости сглаживаются по температурному диапазону $T^* \div T_c$. Для простоты вычисляем главный вклад в щель и теплоемкость, связанный с ФК. Найдем функцию $\Delta_1(T \to T_c)$ из уравнения (55) путем разложения правой части первого интеграла по степеням Δ_1 и опустим вклад от второго интеграла. Эта процедура приводит к следующему уравнению [96]

$$\Delta_1(T) \simeq 3.4T_c\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \tag{60}$$

Таким образом, щель в спектре одночастичных возбуждений имеет обычное поведение.

Для того, чтобы вычислить теплоемкость, можно использовать стандартное выражение для энтропии S [73]

$$\begin{aligned} S(T) &= -2\int [f(\mathbf{p})\ln f(\mathbf{p}) + (1 - f(\mathbf{p})) \\ &\times \ln(1 - f(\mathbf{p}))]\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}, \end{aligned} \tag{61}$$

где $f(\mathbf{p}) = (1 + \exp[E(\mathbf{p})/T])^{-1}$, и $E(\mathbf{p}) = \sqrt{(\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu)^2 + \Delta_1^2(T)}$. Теплоемкость C определяется уравнением

$$
\begin{aligned}
C(T) &= T\frac{dS}{dT} \simeq 4\frac{N_{FC}}{T^2}\int_0^{E_0} f(E)(1-f(E)) \\
&\times \left[E^2 + T\Delta_1(T)\frac{d\Delta_1(T)}{dT}\right] d\xi \\
&+ 4\frac{N_L}{T^2}\int_{E_0}^{\omega_D} f(E)(1-f(E)) \\
&\times \left[E^2 + T\Delta_1(T)\frac{d\Delta_1(T)}{dT}\right] d\xi. \qquad (62)
\end{aligned}
$$

При выводе уравнения (62) мы снова использовали переменную ξ, прежние обозначения для плотности состояний N_{FC} и N_L и обозначение $E = \sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2(T)}$. Уравнение (62) описывает скачок $\delta C(T) = C_s(T) - C_n(T)$ теплоемкости при T_c, обусловленный двумя последними слагаемыми в квадратных скобках в правой части этого уравнения. Здесь $C_s(T)$ и $C_n(T)$ — теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний, соответственно. Используя уравнение (60) для вычисления первого слагаемого в правой части уравнения (62), мы получаем [96]:

$$\delta C(T_c) \simeq \frac{3}{2\pi^2}\frac{(p_f - p_i)p_F^n}{x}. \qquad (63)$$

Здесь $n = 1$ для двумерного и $n = 2$ для трехмерного случаев. Этот результат отличается от обычного БКШ поведения, где скачок является линейной функцией T_c. Скачок $\delta C(T_c)$ не зависит от критической температуры T_c, потому что, как видно из уравнения (54), плотность состояний изменяется обратно пропорционально T_c. Отметим, что при выводе уравнения (63) мы учли главный вклад, даваемый ФК. Этот вклад исчезает, как только $E_0 \to 0$, и второй интеграл в правой части уравнения (62) дает обычный результат.

Как мы покажем ниже, теплоемкость системы с ФК ведет себя как $C_n(T) \propto \sqrt{T/T_f}$. Скачок теплоемкости, определяемый уравнением (63), не зависит от температуры. В результате получаем, что

$$\frac{\delta C(T_c)}{C_n(T_c)} \sim \sqrt{\frac{T_f}{T_c}}\frac{(p_f - p_i)}{p_F}. \qquad (64)$$

В отличие от случая нормальных сверхпроводников, когда $\delta C(T_c)/C_n(T_c) = 1.43$ [20], из уравнения (64) видно, что отношение $\delta C(T_c)/C_n(T_c)$ не постоянно и может быть очень большим при условии, что $T_f/T_c \gg 1$.

6. Закон дисперсии и форма контура линии одночастичного возбуждения

Недавно обнаруженный масштаб энергии проявляется как излом в законе дисперсии квазичастиц при энергии $(40 - 70)$ mV, следствием которого является изменение скорости квазичастиц при этой энергии [83–85]. Такое поведение вряд ли может быть понято в рамках маргинальной теории ферми-жидкости, поскольку она не содержит дополнительных масштабов энергии или параметров, чтобы учесть излом в законе дисперсии [119, 120]. Можно предположить, что данный излом, приводящий к новому энергетическому масштабу, происходит из-за взаимодействия электронов с коллективными возбуждениями. Но тогда придется отказаться от идеи квантового протектората, что противоречило бы наблюдениям [79, 80].

Как было показано в подразделе 4 и обсуждается в разделе 5, система с ФК характеризуется двумя эффективными массами: M^*_{FC}, которая определяет одночастичный спектр при низких энергиях, и M^*_L, формирующая спектр при высоких энергиях. Эти две эффективных массы проявляются в виде излома в законе дисперсии квазичастиц. Закон дисперсии может быть приближен двумя прямыми линиями, пересекающимися при энергии связи $E_0/2$, см. уравнения (34) и (44). Этот излом имеет место при температурах $T \ll T_f$, когда система находится в сверхпроводящем или нормальном состояниях. Такое поведение находится в хорошем согласии с экспериментальными данными [83]. Уместно отметить, что при $T < T_c$ эффективная масса M^*_{FC} не зависит от импульсов p_F, p_f и p_i, как это видно из уравнений (43) и (51),

$$M^*_{FC} \sim \frac{2\pi}{\lambda_0}. \tag{65}$$

Из уравнения (65) следует, что M^*_{FC} может слабо зависеть от x, если допустить зависимость $\lambda_0(x)$. Этот результат находится в хорошем согласии с экспериментальными фактами [121–123]. То же самое верно для зависимости скорости Ферми $v_F = p_F/M^*_{FC}$ от x, потому что ферми-импульс $p_F \sim \sqrt{n}$ слабо зависит от электронной плотности $n = n_0(1-x)$ [121, 122]. Здесь n_0 — одночастичная электронная плотность для полузаполненной зоны.

Поскольку λ_0 — константа связи, определяющая величину спаривательного взаимодействия, (например, электрон-фононного взаимодействия), можно было бы ожидать, что излом в дисперсии квазичастиц обеспечивается электрон-фононным взаимодействием. Фононный сценарий мог бы объяснить постоянство излома при $T > T_c$, поскольку фононы T — независимы. С другой стороны, было показано, что закон дисперсии квазичастиц, искаженный наличием взаимодействия с фононами, имеет тенденцию восстанавливаться до обычной одночастичной дисперсии, когда энергия квазичастиц становится больше типичных энергий фонона [124]. Однако экспериментальные наблюдения не указывают, что такое восстановление закона дисперсии имеет место [83].

Форма линии квазичастичного возбуждения $L(q,\omega)$ — функция двух переменных. Измерения, выполненные при постоянной энергии $\omega = \omega_0$, где ω_0 — энергия одночастичного возбуждения, определяют форму линии $L(q, \omega = \omega_0)$ как функцию импульса q. Мы показали выше, что M^*_{FC} конечна и постоянна при $T \le T_c$. Поэтому при энергиях возбуждения $\omega \le E_0$ система ведет себя как обычная сверхпроводящая ферми-жидкость с эффективной массой, задаваемой уравнением (43) [70,71,82]. При $T_c \le T$ эффективная масса M^*_{FC} также конечна и дается уравнением (32). Другими словами, при энергиях $\omega < E_0$ система ведет себя как ферми-жидкость, одночастичный спектр которой хорошо определен, а ширина одночастичных возбуждений имеет порядок T [49, 70, 71]. Это поведение наблюдалось в экспериментах по измерению формы линии при фиксированной энергии [31, 85, 125].

Форма линии также может быть определена как функция ω, $L(q = q_0, \omega)$, при постоянном значении импульса $q = q_0$. При малых значениях ω поведение линии аналогично рассмотренному выше, и $L(q = q_0, \omega)$ имеет характеристический максимум и ширину. При энергиях $\omega \ge E_0$ вклад, даваемый квазичастицами с массой M^*_L, становится важным и приводит к росту функции $L(q = q_0, \omega)$. В результате функция $L(q = q_0, \omega)$ обладает известной структурой максимумов и минимумов [126], непосредственно определяемой существованием этих двух эффективных масс M^*_{FC} и M^*_L [70, 71, 82]. Можно заключить, что, в отличие от квазичастиц Ландау, эти квазичастицы имеют более сложную форму спектральной линии.

Воспользуемся преобразованием Крамерса-Кронига для вычисления мнимой части $\mathrm{Im}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ собственно энергетической части $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$. Рассмотрим реальную часть $\mathrm{Re}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$, которая определяет эффективную массу [127]

$$\frac{1}{M^*} = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{p_F}\frac{\partial \mathrm{Re}\Sigma}{\partial p}\right) \Big/ \left(1 - \frac{\partial \mathrm{Re}\Sigma}{\partial \varepsilon}\right), \tag{66}$$

здесь m — голая масса. Соответствующие импульсы p и энергии ε удовлетворяют следующим неравенствам: $|p-p_F|/p_F \ll 1$, и $\varepsilon/\varepsilon_F \ll 1$. Возьмем $\mathrm{Re}\Sigma(\mathbf{p},\varepsilon)$ в самой простой форме, которая обеспечивает изменение эффективной массы при энергии $E_0/2$:

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\Sigma(\mathbf{p},\varepsilon) &= -\varepsilon\frac{M^*_{FC}}{m}+\left(\varepsilon-\frac{E_0}{2}\right)\frac{M^*_{FC}-M^*_L}{m}\\ &\times \left[\theta\left(\varepsilon-\frac{E_0}{2}\right)+\theta\left(-\varepsilon-\frac{E_0}{2}\right)\right],\end{aligned} \tag{67}$$

здесь $\theta(\varepsilon)$ — ступенчатая функция. Чтобы обеспечить гладкий переход от одночастичного спектра, характеризуемого M^*_{FC}, к спектру, определяемому M^*_L, ступенчатую функцию нужно заменить некоторой сглаженной функцией. Подставляя уравнения (67) в уравнение (66), можно убедиться, что внутри интервала $(-E_0/2,\ E_0/2)$ эффективная масса $M^*\simeq M^*_{FC}$, а вне интервала она равна $M^*\simeq M^*_L$. Применяя преобразование Крамерса-Кронига к $\mathrm{Re}\Sigma(\mathbf{p},\varepsilon)$, получаем мнимую часть собственной энергии [96]

$$\begin{aligned}&\mathrm{Im}\Sigma(\mathbf{p},\varepsilon)\sim\varepsilon^2\frac{M^*_{FC}}{\varepsilon_F m}+\frac{M^*_{FC}-M^*_L}{m}\\ \times\ &\left[\varepsilon\ln\left|\frac{2\varepsilon+E_0}{2\varepsilon-E_0}\right|+\frac{E_0}{2}\ln\left|\frac{4\varepsilon^2-E_0^2}{E_0^2}\right|\right].\end{aligned} \tag{68}$$

Из уравнения (68) видно, что при $\varepsilon/E_0 \ll 1$ мнимая часть пропорциональна ε^2, при $2\varepsilon/E_0\simeq 1$ — $\mathrm{Im}\Sigma\sim\varepsilon$, а при $E_0/\varepsilon\ll 1$— основной вклад в мнимую часть приблизительно постоянен. Из (68) следует, что при $E_0\to 0$ второе слагаемое в правой части стремится к нулю, и одночастичные возбуждения становятся более определенными, напоминая ситуацию в нормальной ферми-жидкости, а структура максимумов и минимумов в конечном счете исчезает. С другой стороны, фактор перенормировки квазичастицы $a(\mathbf{p})$ дается [127]

$$\frac{1}{a(\mathbf{p})}=1-\frac{\partial\mathrm{Re}\Sigma(\mathbf{p},\varepsilon)}{\partial\varepsilon}. \tag{69}$$

При $T\le T_c$, как следует из уравнений (68) и (69), амплитуда квазичастицы на ферми-поверхности растет при уменьшении характерной энергии E_0. Из уравнений (44) и (59) следует, что $E_0\sim(x_{FC}-x)/x_{FC}$. При $T>T_c$ можно заметить из (67) и (69), что амплитуда квазичастицы увеличивается при уменьшении эффективной массы M^*_{FC}. Как видно из уравнений (32) и (35), $M^*_{FC}\sim(p_f-p_i)/p_F\sim(x_{FC}-x)/x_{FC}$. В результате можно заключить, что амплитуда повышается с увеличением уровня легирования, и одночастичные возбуждения становятся лучше определенными в сильно легированных образцах. При $x\to x_{FC}$ характерная энергия $E_0\to 0$ и квазичастицы становятся нормальными возбуждениями ферми-жидкости Ландау. Отметим, что такое поведение наблюдалось экспериментально в высоколегированном Bi2212, демонстрирующем высокотемпературную сверхпроводимость, где размер щели был около 10 mV [128]. Такая величина щели свидетельствует, что область, занятая ФК, является малой, поскольку $E_0/2\simeq\Delta_1$. При $x>x_{FC}$ и малых температурах тяжелая электронная жидкость имеет поведение ферми-жидкости Ландау, см. раздел 9. Экспериментальные данные показали, что, как и следовало ожидать, ферми-жидкость Ландау существует в сверх-легированном несверхпроводящем $La_{1.7}Sr_{0.3}CuO_4$ [129, 130].

7. Электронная жидкость с фермионным конденсатом в магнитном поле

В этом разделе мы рассмотрим поведение ТФ жидкости с ФК в магнитном поле. Предположим, что константа спаривания отлична от нуля, $\lambda_0\neq 0$, но бесконечно мала. В разделе 5 было показано, что при $T=0$ сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ конечен в области, занятой ФК, и что максимальная величина сверхпроводящей щели $\Delta_1 \propto \lambda_0$ бесконечно мала. Поэтому любое малое магнитное поле $B \neq 0$ является критическим и разрушает $\kappa(\mathbf{p})$ и сам ФК. Для определения типа перестройки состояния с ФК достаточно простых энергетических аргументов. С одной стороны, выигрыш энергии ΔE_B из-за разрушения состояния с ФК равен $\Delta E_B \propto B^2$ и стремится к нулю при $B \to 0$. С другой стороны, занимая конечный интервал $(p_f - p_i)$ в пространстве импульсов, функция $n_0(\mathbf{p})$, задаваемая уравнениями (21) или (44), приводит к конечному выигрышу в энергии основного состояния по-сравнению с нормальной ферми-жидкостью [39]. Поэтому функция распределения должна перестроиться так, чтобы параметр порядка обратился в нуль, а энергия основного состояния не изменилась.

7.1. Фазовая диаграмма электронной жидкости в магнитном поле

В слабом магнитном поле новое основное состояние без ФК должно иметь почти такую же энергию, как и состояние с ФК. Такое состояние образуется многосвязными сферами Ферми, напоминающими луковицу, где гладкая функция распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$ в области $(p_f - p_i)$ заменяется распределением $\nu(\mathbf{p})$ [90, 131]

$$\nu(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{n} \theta(p - p_{2k-1})\theta(p_{2k} - p). \tag{70}$$

Здесь параметры $p_i \leq p_1 < p_2 < \ldots < p_{2n} \leq p_f$ подобраны так, чтобы удовлетворить условиям нормировки и сохранения числа частиц:

$$\int_{p_{2k-1}}^{p_{2k+3}} \nu(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \int_{p_{2k-1}}^{p_{2k+3}} n_0(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}.$$

Соответствующее многосвязное распределение показано на Рис. 11. Для определенности мы рассмотрим наиболее интересный случай трехмерной системы. Двумерный случай может быть рассмотрен аналогично. Отметим, что возможность существования многосвязных ферми-сфер была изучена, например, в [22, 132, 133].

Предположим, что толщина δp каждого внутреннего блока ферми-сферы приблизительно равна $\delta p \simeq p_{2k+1} - p_{2k}$, и δp определяется величиной магнитного поля B. Используя известное правило для оценки погрешности при вычислении интегралов, получим, что минимальная потеря в энергии основного состояния из-за формирования блоков приблизительно равна $(\delta p)^4$. Этот результат становится ясным, если принять во внимание, что непрерывные ферми-конденсатные функции $n_0(\mathbf{p})$ обеспечивают минимальную величину функционала энергии $E[n(\mathbf{p})]$, в то время как приближение $\nu(\mathbf{p})$ ступеньками шириной δp приводит к минимальной ошибке, порядок которой $(\delta p)^4$. Учитывая, что выигрыш из-за магнитного поля пропорционален B^2, и приравнивая оба вклада, получаем

$$\delta p \propto \sqrt{B}. \tag{71}$$

Таким образом, при $T \to 0$, когда $B \to 0$, толщина δp стремится к нулю $(\delta p \to 0)$, и поведение ферми-жидкости с ФК заменяется поведением ферми-жидкости Ландау с импульсом Ферми p_f. Из уравнения (42) следует, что $p_f > p_F$, а плотность x электронов остается постоянной. При этом ферми-импульс многосвязной ферми-сферы $p_{2n} \simeq p_f > p_F$, см. Рис. 11. Как мы увидим далее, это наблюдение играет важную роль при рассмотрении коэффициента Холла $R_H(B)$ как функции B при низких температурах в металлах с ТФ.

Для того, чтобы вычислить эффективную массу $M^*(B)$ как функцию наложенного магнитного поля B, заметим, что при $T = 0$ магнитное поле B расщепляет ФК состояние на уровни Ландау, подавляя сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ и разрушая ФК состояние, что приводит к восстановлению ферми-жидкости Ландау [47,134]. Уровни Ландау вблизи поверхности Ферми могут быть приближены отдельными блоками, толщина кото-

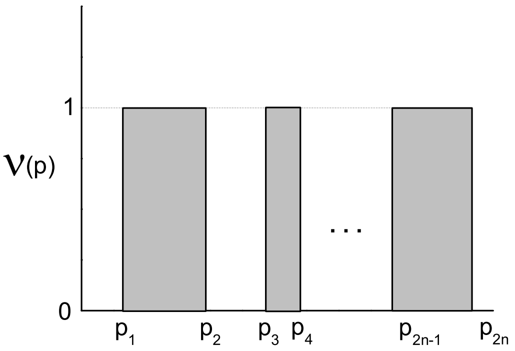

Рис. 11: Функция $\nu(\mathbf{p})$ для многосвязного распределения, заменяющего функцию $n_0(\mathbf{p})$ в области $(p_f - p_i)$, занятой фермионным конденсатом. Импульсы удовлетворяют соотношению $p_i < p_F < p_f$, здесь p_F — импульс нормальной ферми-жидкости Ландау. Внешняя ферми-поверхность при $p \simeq p_{2n} \simeq p_f$ имеет вид ферми-ступеньки, поэтому при $T < T^*(B)$ система ведет себя как ферми-жидкость Ландау.

рых в пространстве импульсов равна δp. Аппроксимируя закон дисперсии квазичастиц в пределах этого блока $\varepsilon(p) - \mu \sim (p - p_f + \delta p)(p - p_f)/M$, получаем, что эффективная масса $M^*(B) \sim M/(\delta p/p_f)$. Повышение энергии ΔE_{FC} из-за перестройки ФК состояния может быть оценено на основе формулы Ландау [20]

$$\Delta E_{FC} = \int (\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu)\delta n(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}^3}{(2\pi)^3}. \tag{72}$$

Область, занятая вариацией $\delta n(\mathbf{p})$, имеет толщину δp, в то время как $(\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu) \sim (p - p_f)p_f/M^*(B) \sim \delta p p_f/M^*(B)$. В результате мы имеем $\Delta E_{FC} \sim p_f^3 \delta p^2/M^*(B)$. С другой стороны, есть добавка $\Delta E_B \sim (B\mu_B)^2 M^*(B) p_f$ из-за наложенного магнитного поля, понижающая энергию и связанная с Зеемановским расщеплением. Приравнивая ΔE_B к ΔE_{FC} и принимая во внимание, что в этом случае $M^*(B) \propto 1/\delta p$, получаем следующее соотношение

$$\frac{\delta p^2}{M^*(B)} \propto \frac{1}{(M^*(B))^3} \propto B^2 M^*(B). \tag{73}$$

Из уравнения (73) следует, что эффективная масса $M^*(B)$ расходится как

$$M^*(B) \propto \frac{1}{\sqrt{B - B_{c0}}}. \tag{74}$$

Здесь B_{c0} — критическое магнитное поле, которое помещает металл с ТФ в настраиваемую магнитным полем квантовую критическую точку и обращает в ноль соответствующую температуру Нееля $T_N(B_{c0}) = 0$ [47]. В нашей простой модели тяжелой электронной жидкости с ФК, величина B_{c0} является параметром, который определяется спецификой конкретного металла с ТФ. Отметим, что в некоторых случаях $B_{c0} = 0$, например, металл с ТФ $CeRu_2Si_2$ не имеет ни магнитного упорядочивания, ни сверхпроводимости, ни поведения ферми-жидкости Ландау вплоть до самых низких температур [88].

Уравнение (74) и Рис. 11 показывают, что при наложении магнитного поля $B > B_{c0}$ система с ФК может быть возвращена в состояние ферми-жидкости Ландау с эффективной массой $M^*(B)$, зависящей от магнитного поля. Это означает, что восстанавливаются следующие характерные для ферми-жидкости Ландау зависимости: для теплоемкости $C/T = \gamma_0(B) \propto M^*(B)$ и для магнитной восприимчивости $\chi_0(B) \propto M^*(B)$. Коэффициент $A(B)$ определяет зависящую от температуры часть сопротивления, $\rho(T) = \rho_0 + \Delta\rho$, где ρ_0

— остаточное сопротивление и $\Delta\rho = A(B)T^2$. Так как этот коэффициент непосредственно определяется эффективной массой, $A(B) \propto (M^*(B))^2$ [135], мы получаем из уравнения (74), что

$$A(B) \propto \frac{1}{B - B_{c0}}. \tag{75}$$

Заметим, что эмпирическое соотношение Кадоваки-Вудса (КВ) [26], $K = A/\gamma_0^2 \simeq const$ — выполняется в нашем случае. Отметим, что величина K может зависеть от степени вырождения квазичастиц. С учетом этого вырождения соотношение КВ дает хорошее описание соответствующих экспериментальных данных для широкого ряда металлов с ТФ [136]. В самом простом случае, когда тяжелая электронная жидкость сформирована квазичастицами со спином 1/2 и числом вырождения 2, число K оказывается близко к эмпирическому значению [135], известному как отношение КВ [26]. Следовательно, при наложении магнитного поля система возвращается в состояние ферми-жидкости Ландау, и постоянство соотношения КВ выполняется.

При конечных температурах система остается в состоянии ферми-жидкости Ландау, однако при температурах $T > T^*(B)$ поведение тяжелой ферми-жидкости с ФК и энтропией S_0 (см. (28)) восстанавливается. Чтобы определить функцию $T^*(B)$, заметим, что эффективная масса M^*, характеризующая одночастичный спектр, не может измениться при $T^*(B)$, так как при этой температуре нет никакого фазового перехода. Чтобы вычислить $T^*(B)$, мы приравниваем эффективную массу $M^*(T)$, определенную уравнением (32), к $M^*(B)$, заданной уравнением (74), $M^*(T) \sim M^*(B)$,

$$\frac{1}{M^*(T)} \propto T^*(B) \propto \frac{1}{M^*(B)} \propto \sqrt{B - B_{c0}}, \tag{76}$$

и получаем

$$T^*(B) \propto \sqrt{B - B_{c0}}. \tag{77}$$

При температурах $T \geq T^*(B)$ система возвращается к поведению тяжелой ферми-жидкости с энтропией S_0 и эффективной массой M^*, определенной уравнением (32). Таким образом, уравнение (77) определяет линию на фазовой диаграмме $T - B$, которая отделяет область, где эффективная масса зависит от B, а тяжелая электронная жидкость имеет поведение ферми-жидкости Ландау, от области, где эффективная масса зависит от T. При температуре $T^*(B)$ происходит также переход от T^2 - зависимости к линейной зависимости сопротивления от температуры.

Схематическая $T - B$ фазовая диаграмма ТФ жидкости с ФК в магнитном поле приведена на Рис. 12. В магнитных полях $B < B_{c0}$ ФК состояние может захватываться сверхпроводящим (СП), ферромагнитным (ФМ) и антиферромагнитным (АФМ) состояниями, снимающими вырождение ФК состояния, или оставаться парамагнитным состоянием. Из уравнения (77) следует, что тяжелая электронная жидкость при некоторой температуре $T^*(B) \ll T_f$ приобретает свойства ферми-жидкости Ландау в достаточно сильных магнитных полях $(B - B_{c0}) \propto (T^*(B))^2$. При конечной температуре $T < T^*(B)$ тяжелая электронная жидкость демонстрирует более явное металлическое поведение при увеличении магнитного поля B, так как эффективная масса уменьшается (см. уравнение (74). Это поведение эффективной массы может наблюдаться, например, в измерениях теплоемкости, магнитной восприимчивости, сопротивления и осцилляций Шубникова-де-Хааза. Из построенной $T - B$ фазовой диаграммы следует, что появляется уникальная возможность управлять физической природой и типом поведения электронной жидкости с ФК магнитным полем.

Кратко рассмотрим случай, когда система находится очень близко к ФККФП, но на упорядоченной стороне фазового перехода, так что $\delta p_{FC} = (p_f - p_i)/p_F \ll 1$. Поскольку $\delta p \propto M^*(B)$, из уравнений (71) и (74) следует, что

$$\frac{\delta p}{p_F} \sim a_c \sqrt{\frac{B - B_{c0}}{B_{c0}}}, \tag{78}$$

где a_c — постоянная, которая имеет порядок единицы, $a_c \sim 1$. При увеличении магнитного поля B величина $\delta p/p_F$ становится сопоставимой с δp_{FC}, и функция распределения $\nu(\mathbf{p})$ исчезает, будучи поглощенной обычным Зеемановским расщеплением. В результате мы имеем дело с тяжелой электронной жидкостью, расположенной на неупорядоченной стороне ФККФП. Поведение такой системы весьма отличается от системы с фермионным конденсатом. Из уравнения (78) следует, что относительно слабое магнитное поле B_{cr},

$$B_{red} \equiv \frac{B - B_{c0}}{B_{c0}} = (\delta p_{FC})^2 \sim B_{cr}, \tag{79}$$

переводит систему с упорядоченной стороны фазового перехода на неупорядоченную при условии, что $\delta p_{FC} \ll 1$. Здесь B_{red} — приведенное поле.

7.2. Зависимость эффективной массы от магнитного поля в металлах с тяжелыми фермионами и ВТСП

Наблюдения показали, что в нормальном состоянии, полученном при наложении магнитного поля большего, чем максимальное критическое поле B_{c2}, разрушающее сверхпроводимость, сильно ($Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$) [25] и оптимально ($Bi_2Sr_2CuO_{6+\delta}$) [28] легированных купратах не наблюдается каких-либо значительных нарушений закона Видемана-Франца (ВФ). При изучении допированного электронами сверхпроводника $Pr_{0.91}LaCe_{0.09}Cu0_{4-y}$ (T_c=24 K), когда сверхпроводимость разрушена магнитным полем, было обнаружено, что спин-решеточная постоянная релаксации $1/T_1$ вплоть до температур $T \simeq 0.2K$ подчиняется соотношению $T_1T = const$, известному как закон Корринга [139, 140]. При более высоких температурах и магнитных полях до 15.3 T, перпендикулярных плоскости CuO_2, отношение $1/T_1T$, как функция T, постоянно при $T \leq 55$ K. При 300 K $> T >$ 50 K отношение $1/T_1T$ уменьшается с ростом T [140]. Измерения для сильно легированного несверхпроводника $La_{1.7}Sr_{0.3}CuO_4$ показывают, что сопротивление ρ изменяется как T^2, и выполняется закон ВФ [129, 130].

Поскольку выполнение законов Видемана-Франца и Корринга является надежным свидетельством присутствия ферми-жидкости Ландау, из экспериментов следует, что наблюдаемые элементарные возбуждения в высокотемпературных сверхпроводниках нельзя отличить от квазичастиц Ландау. Это обстоятельство налагает сильные ограничения на модели, описывающие легированные дырками и электронами высокотемпературные сверхпроводники. Например, в случаях жидкости Латтинжера [141], спин-зарядового разделения [9] и в некоторых $t - J$ моделях [142] было предсказано нарушение закона Видемана-Франца, что противоречит опыту и указывает на ограниченную применимость этих моделей.

Если константа λ_0 конечна, тяжелая электронная жидкость с ФК находится в сверхпроводящем состоянии. Рассмотрим поведение системы в полях $B > B_c$. В этом случае она превращается в ферми-жидкость Ландау, индуцированную магнитным полем, а элементарные возбуждения — квазичастицы, становятся неотличимыми от квазичастиц Ландау с эффективной массой $M^*(B)$, заданной (74). В результате, при $T \to 0$, закон Видемана-Франца выполняется, что находится в соответствии с экспериментальными фактами [25, 28]. Низкотемпературные свойства рассматриваемой системы зависят от эффективной массы, в частности, сопротивление $\rho(T)$ ведет себя как $\rho(T) = \rho_0 + A(B)T^2$, причем $A(B) \propto (M^*(B))^2$. Предполагая, что в случае высокотемпературных сверхпроводников $B_{c0} \simeq 0$, получаем из уравнения (74), что

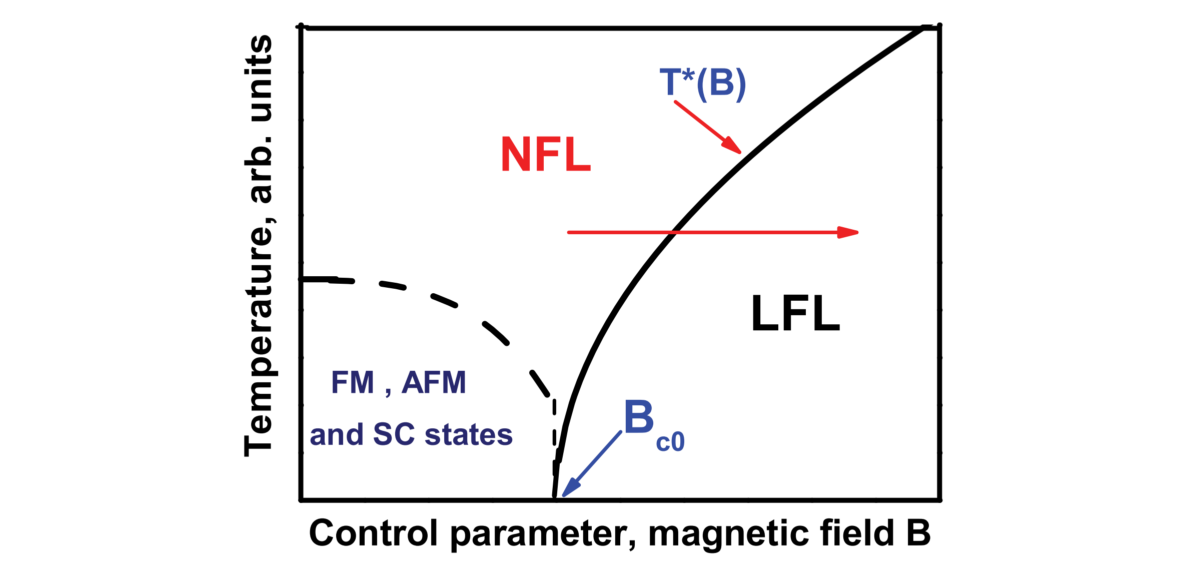

Рис. 12: Схематичная $T-B$ фазовая диаграмма тяжелой электронной жидкости. B_{c0} — магнитное поле, при котором эффективная масса расходится, как следует из (74). Горизонтальная стрелка показывает переход системы из НФЖ в ЛФЖ состояние вдоль оси B при постоянной температуре. При $B < B_{c0}$ система может быть в парамагнитном, сверхпроводящем (SC), ферромагнитном (FM) или антиферромагнитном (AFM) состояниях. НФЖ состояние характеризуется энтропией S_0, определяемой уравнением (28). Кривая $T^*(B)$ разделяет НФЖ состояние и слабо поляризованное ЛФЖ состояние.

$$\gamma_0\sqrt{B-B_{c0}} = const, \tag{80}$$

здесь $\gamma_0 = C/T$, где C — теплоемкость. Принимая во внимание уравнения (75) и (80), получаем

$$\gamma_0 \sim A(B)\sqrt{B-B_{c0}}. \tag{81}$$

При конечных температурах система остается ферми-жидкостью Ландау, но при $T > T^*(B)$ эффективная масса начинает зависеть от температуры, $M^* \propto 1/T$, и сопротивление становится линейной функцией температуры, $\rho(T) \propto T$ [70, 71, 131]. Такое поведение сопротивления наблюдалось в ВТСП $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ ($T_c < 15$ К) [143]. При $B = 10$ Т, $\rho(T)$ является линейной функцией температуры между 120 мК и 1.2 К, тогда как при $B = 18$ Т температурная зависимость сопротивления совместима с поведением $\rho(T) \propto AT^2$ в том же самом температурном диапазоне [143].

В ферми-жидкости Ландау спин-решеточный параметр релаксации $1/T_1$ определяется квазичастицами около уровня Ферми, чья заселенность пропорциональна M^*T, откуда $1/T_1T \propto M^*$ и является постоянной величиной [139, 140]. Когда сверхпроводящее состояние исчезает при наложении магнитного поля, основное состояние может рассматриваться как индуцированная полем ферми-жидкость Ландау с эффективной массой, зависящей от магнитного поля. В результате отношение $T_1T = const$, что свидетельствует о выполнении закона Корринга. В отличие от поведения ферми-жидкости Ландау, как это следует из уравнения (74), $1/T_1T \propto M^*(B)$ и уменьшается с увеличением магнитного поля при $T < T^*(B)$. С другой стороны, при $T > T^*(B)$, $1/T_1T$ есть убывающая функция температуры, $1/T_1T \propto M^* \propto 1/T$. Эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными фактами [140]. Поскольку $T^*(B)$ является возрастающей функцией магнитного поля, (см. уравнение (77)), закон Корринга сохраняет свою справедливость до более высоких температур при большем магнитном поле. Следовательно, при температурах $T_0 \leq T^*(B_0)$ и больших магнитных полях $B > B_0$ система демонстрирует более явное металлическое поведение, поскольку эффективная масса уменьшается с увеличением B (см. уравнение (74)).

Существование ФККФП также может быть проверено экспериментально, поскольку при плотностях $x > x_{FC}$, или за точкой ФККФП, система должна становиться ферми-жидкостью Ландау при достаточно низких температурах [134]. Эксперименты показали, что эта жидкость действительно существует в сильно легированном несверхпроводящем соединении $La_{1.7}Sr_{0.3}CuO_4$ [129, 130]. Замечательно, что при $T < 55$ K сопротивление демонстрирует T^2 поведение без дополнительного линейного слагаемого, и закон Видемана-Франца выполняется [129, 130]. При температурах $T > 55$ K в экспериментах наблюдались заметные отклонения от поведения ферми-жидкости Ландау. Мы предсказываем, что в данном случае система может быть снова возвращена к поведению ферми-жидкости Ландау путем наложения достаточно сильных магнитных полей, см. раздел 9.

7.2.1. Квантовые критические точки в ВТСП $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ и ТФ металле $YbRh_2Si_2$

При наложении магнитного поля $B > B_{c2} > B_{c0}$ и при $T < T^*(B)$, ВТСП или ТФ металлы могут быть перемещены в ЛФЖ состояние с сопротивлением, задаваемым уравнением (18). В этом случае измерения коэффициента A дают информацию о его зависимости от магнитного поля. Отметим, что отношение между критическими магнитными полями B_{c2} и B_{c0} будет разъяснено в подразделе 9.9.

Прецизионные измерения коэффициента $A(B)$ на ВТСП $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ [144] позволяют установить соотношение между физикой ВТСП и ТФ металлами и прояснить роль расширенной парадигмы квазичастиц. Коэффициент $A(B)$, который пропорционален поперечному сечению столкновений квазичастица—квазичастица, оказывается пропорционален $(M^*(B))^2$ [15, 135]. С учетом уравнения (74) следует, что

$$A(B) \simeq A_0 + \frac{D}{B - B_{c0}}, \tag{82}$$

где A_0 и D подгоночные параметры.

На Рис. 13 представлен результат расчета с помощью формулы (82) вместе с экспериментальными данными по измерению $A(B)$ для двух различных классов веществ: ТФ металла $YbRh_2Si_2$ ($B_{c0} = 0.06$ T, левая панель) [15] и ВТСП $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ ($B_{c0} = 5.8$ T, правая панель) [144]. На Рис. 13, левая панель, $A(B)$ показан как функция магнитного поля B, наложенного как вдоль, так и поперек оси c. Для последнего случая величина B была умножена на 11 [15]. Различия в критических полях ясно видны и демонстрируют, что значение B_{c0} должно быть выбрано в качестве входного параметра. Действительно, критическое поле для $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ равное $B_{c0} = 5.8$ T на два порядка больше, чем для $YbRh_2Si_2$ равное $B_{c0} = 0.06$ T.

Рисунок 13 демонстрирует хорошее согласие теоретической зависимости (75) с результатами экспериментов [144, 145]. Это значит, что природа индуцированного полем ЛФЖ поведения одинакова для обоих классов веществ. Для дальнейшего обоснования этого вывода выражение (82) записано в приведенных переменных A/A_0 и B/B_{c0}. Это преобразование подчеркивает скейлинговую природу поведения коэффициента $A(B)$ этих двух веществ: она управляется общей ККТ, относящейся к ФККФП, и обусловлена наложением магнитного поля. И, наконец, уравнение (82) принимает форму

$$\frac{A(B)}{A_0} \simeq 1 + \frac{D_N}{B/B_{c0} - 1}, \tag{83}$$

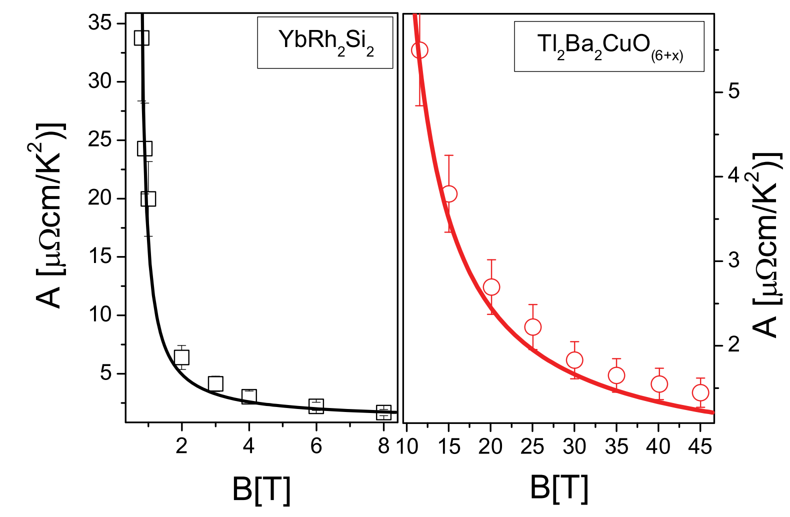

Рис. 13: Коэффициент $A(B)$ как функция магнитного поля B получен в измерениях на $YbRh_2Si_2$ [15] и $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ [144]. Ясно видны различные шкалы, определяющие зависимость от B. Сплошные линии представляют подгонку с использованием (82).

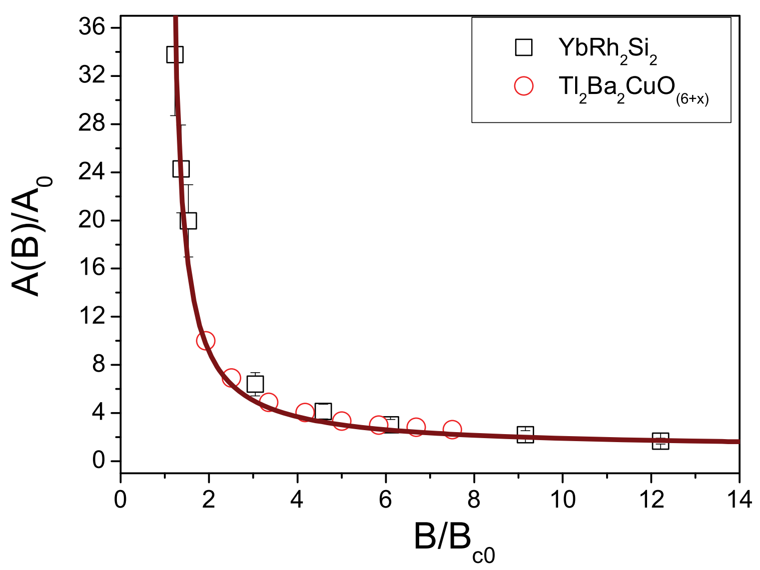

Рис. 14: Нормированный коэффициент $A(B)/A_0 \simeq 1 + D_N/(y-1)$, полученный из уравнения (83), как функция переменной $y = B/B_{c0}$, представлен квадратами для $YbRh_2Si_2$ и кругами для ВТСП $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$. D_N — единственный подгоночный параметр.

где $D_N = D/(A_0 B_{c0})$ — константа. Из уравнения (83) видно, что при масштабирующем преобразовании коэффициента $A(B)$ для $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ и $YbRh_2Si_2$, $A(B)$ сводится к функции, зависящей от единственного параметра B/B_{c0}, обнаруживая тем самым универсальность своего поведения. Для иллюстрации уравнения (83) мы перестроили графики $A(B)$ в приведенных переменных A/A_0 and B/B_{c0} на Рис. 14. Такая перестройка сразу же выявила универсальную скейлинговую природу нормированного коэффициента $A(B)/A_0$: нормировка с помощью величин A_0 и B_{c0} позволяет избавиться от специфических свойств системы, определяющих величины A_0 и B_{c0}. Проведенный анализ коэффициента A позволяет заключить, что в фазовой диаграмме ВТСП, как и металлов с ТФ, существует по крайней мере один квантовый фазовый переход, и это — ФККФП [114].

8. Появление ФККФП в ферми-системах

Будем называть ферми-системы, приближающиеся к ФККФП со стороны неупорядоченного состояния, высококоррелированными системами, чтобы отличать их от сильнокоррелированных систем (или жидкостей), которые уже находятся за точкой ФККФП. Подробное рассмотрение свойств высококоррелированной и сильнокоррелированной электронных жидкостей будет дано позднее. Здесь мы рассмотрим поведение эффективной массы M^* как функции плотности системы x, когда $x \to x_{FC}$.

Экспериментальные факты по двумерному ^{3}He высокой плотности [35, 59, 68, 146] показывают, что эффективная масса расходится, когда достигается плотность, при которой 2D жидкость ^{3}He начинает затвердевать [68]. Наблюдалось резкое увеличение эффективной массы в металлической 2D электронной системе при уменьшении плотности x, когда x стремится к критической плотности перехода "металл-изолятор" [62]. Отметим, что ферромагнитная неустойчивость отсутствует в рассматриваемых ферми-системах, и соответствующая амплитуда Ландау $F_0^a > -1$ [62, 68], что согласуется с моделью почти локализованных фермионов [56–58].

Рассмотрим расходимость эффективной массы в 2D и трехмерной (3D) высококоррелированной ферми-жидкости при $T = 0$, когда плотность x приближается к ФККФП со стороны нормальной ферми-жидкости Ландау, т. е. со стороны неупорядоченной фазы. Сначала вычислим зависимость M^* от разности $(x - x_{FC})$ в случае 2D ферми-жидкости. Для этого воспользуемся уравнением для M^*, полученным в [67], где была предсказана расходимость эффективной массы M^*, связанная с возникновением волны плотности в различных ферми-жидкостях. При $x \to x_{FC}$ эффективная масса M^* может быть приближенно представлена как

$$\begin{aligned} \frac{1}{M^*} &\simeq \frac{1}{M} + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{g_0} \frac{y dy dg}{\sqrt{1-y^2}} \\ &\times \frac{v(q(y))}{\left[1 - R(q(y), g)\chi_0(q(y))\right]^2}. \end{aligned} \tag{84}$$

Здесь мы используем обозначение $p_F\sqrt{2(1-y)} = q(y)$, где $q(y)$ — переданный импульс, $v(q)$ — парное взаимодействие, и интеграл взят по константе связи g от нуля до реальной величины g_0. В уравнении (84) $\chi_0(q, \omega)$ — линейная функция отклика невзаимодействующей ферми-жидкости и $R(q, \omega)$ — эффективное взаимодействие; обе функции взяты при нулевой частоте, $\omega = 0$. R и χ_0 определяют линейную функцию отклика рассматриваемой системы

$$\chi(q, \omega, g) = \frac{\chi_0(q, \omega)}{1 - R(q, \omega, g)\chi_0(q, \omega)}. \tag{85}$$

В окрестности неустойчивости, связанной с возникновением волны плотности и происходящей при плотности x_{cdw}, сингулярная часть функции отклика χ имеет известную форму (см. например [2])

$$\chi^{-1}(q, \omega, g) \simeq a(x_{cdw} - x) + b(q - q_c)^2 + c(g_0 - g), \tag{86}$$

где a, b, c — константы, а $q_c \simeq 2p_F$ — импульс волны плотности. После подстановки уравнения (86) в уравнение (84) и интегрирования, уравнение для эффективной массы M^* может быть представлено в следующей форме [60, 61]

$$\frac{1}{M^*(x)} = \frac{1}{M} - \frac{C}{\sqrt{x - x_{cdw}}}, \tag{87}$$

где C — некоторая положительная постоянная. Из уравнения (87) следует, что $M^*(x)$ расходится как функция разности $(x-x_{FC})$, и при $x \to x_{FC}$ эффективная масса $M^*(x) \to \infty$ [60, 61],

$$\frac{M^*(x)}{M} \simeq A + \frac{B}{x - x_{FC}}, \tag{88}$$

где A и B — константы. Из вывода уравнений (87) и (88) замечаем, что их вид не зависит от взаимодействия $v(q)$. Последнее, однако, влияет на величины A, B и x_{FC}. Этот результат находится в согласии с уравнением (19), которое определяет тот же самый, независимый от взаимодействия, универсальный тип расходимости. Поэтому оба этих уравнения (87) и (88) применимы к 2D ^{3}He, электронной жидкости и другим ферми-жидкостям. Из уравнений (87) и (88) также видно, что ФККФП предшествует формированию волн плотности (или зарядовой плотности) в ферми-системах. Отметим, что в обоих случаях разность $(x - x_{FC})$ должна быть положительной, потому что плотность x приближается к x_{FC}, когда система находится на неупорядоченной стороне ФККФП с эффективной массой $M^*(x) > 0$. В случае ^{3}He ФККФП имеет место при росте плотности, когда потенциальная энергия начинает вносить определяющий вклад в энергию основного состояния. Таким образом, при рассмотрении 2D ^{3}He жидкости заменяем $(x - x_{FC})$ на $(x_{FC} - x)$ в правой части уравнения (88). Как показывает эксперимент, эффективная масса действительно расходится при высоких плотностях в случае 2D ^{3}He и при низких плотностях в случае 2D электронных систем [62, 68].

На Рис. 15 представлены экспериментальные значения эффективной массы $M^*(z)$, полученные из измерений в одноатомном слое, в ^{3}He [68]. Эти измерения, согласующиеся с данными работы [35], демонстрируют расходимость эффективной массы при $x = x_{FC}$. Для того, чтобы показать, что наш подход, основанный на теории ФККФП, способен описать приведенные данные, представим аппроксимацию экспериментальных точек для $M^*(z)$ с помощью дробно-рациональной функции $M^*(z)/M \propto b_1 + b_2/(1-z)$ и с помощью эквивалентной ей линейной функции $m/M^*(z) \propto b_3\, z$ для обратной массы. Отметим, что линейная подгонка была использована для описания экспериментов с двухслойным ^{3}He [35, 147], и здесь эта функция используется с иллюстративными целями. Из Рис. 15 видно, что данные [35] для двухслойного ^{3}He могут быть одинаково хорошо аппроксимированы как линейной, так и дробной функциями, в то время как данные [68] — не могут. Например, обе подгоночные функции дают для критической плотности в двухслойном случае $x_{FC} \approx 9.8$ nm^{-2}, в то время как в однослойном варианте [68] эти величины различны - $x_{FC} = 5.56$ nm^{-2} для линейной подгонки и $x_{FC} = 5.15$ nm^{-2} для дробной. Из Рис. 15 видно, что линейная функция не может правильно описать эксперимент [68] при при малых $1-z$ (вблизи $x = x_{FC}$), а дробная функция описывает эксперимент очень хорошо. Это свидетельствует о том, что необходимы более прецизионные измерения в окрестности $x = x_{FC}$ [38]. Поведение эффективной массы как функции электронной плотности x в кремниевом MOSFET приведено на Рис. 5. Видно, что уравнение (87) хорошо описывает экспериментальные результаты. Расходимость эффективной массы $M^*(x)$ в 2D ^{3}He [35, 59, 68] показана на рисунках 6 и 15. Рисунки 5, 6 и 15 показывают, что описание, даваемое формулами (19), (87) и (88), находится в хорошем согласии с данными экспериментов.

В случае 3D систем, при $x \to x_{FC}$, эффективная масса дается выражением [67]

$$\frac{1}{M^*} \simeq \frac{1}{M} + \frac{p_F}{4\pi^2} \int\limits_{-1}^{1} \int\limits_{0}^{g_0} \frac{v(q(y))y dy dg}{[1 - R(q(y), g)\chi_0(q(y))]^2}. \tag{89}$$

Сравнение уравнений (84) и (89) показывает, что нет никакого качественного различия между ними, несмотря на то, что эти уравнения описывают 2D и 3D случаи. Для 3D слу-

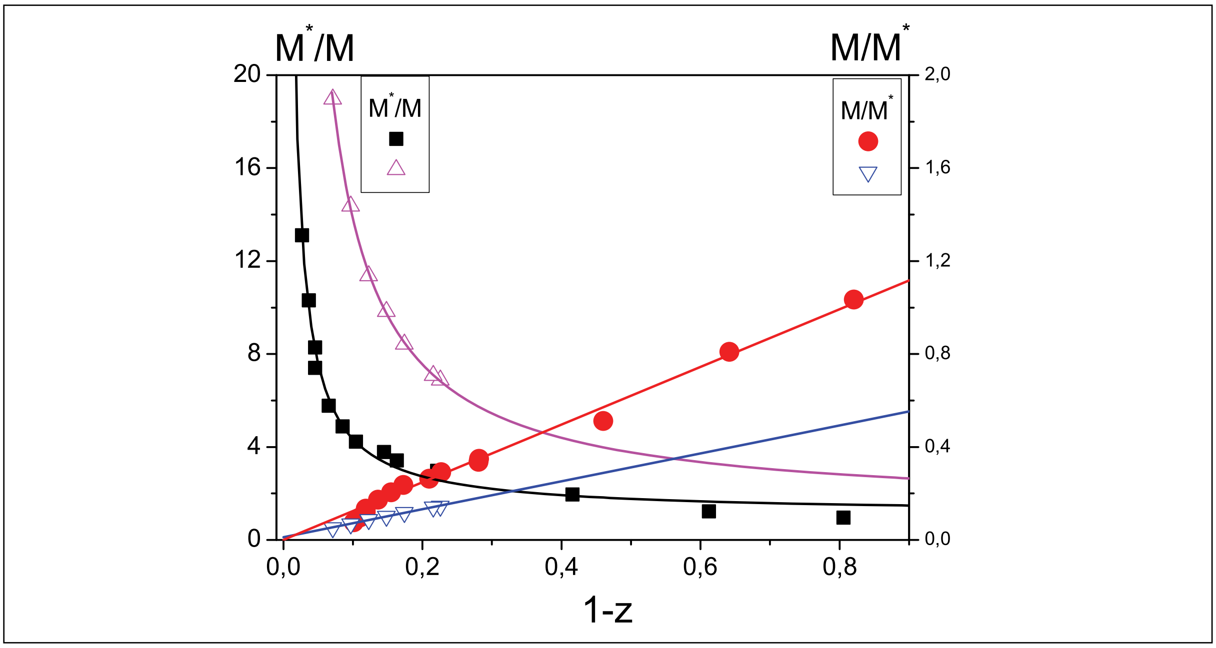

Рис. 15: Зависимость эффективной массы $M^*(z)$ от плотности $1-z=1-x/x_{FC}$. Экспериментальные данные из [68] представлены в виде окружностей и квадратов, а данные из [35] — в виде треугольников. Эффективная масса аппроксимирована с помощью выражения $M^*(z)/m \propto b_1+b_2/(1-z)$ (см. также уравнение (19)), и эквивалентного ему $m/M^*(z) \propto b_3\, z$, где b_1, b_2 и b_3 — константы.

чая таким же образом мы можем получить уравнения (87) и (88); разумеется, численные значения коэффициентов изменятся, поскольку они зависят и от размерности пространства. Единственное различие между 2D и 3D электронными системами состоит в том, что в последних ФККФП происходит при плотностях значительно ниже тех, которые соответствуют 2D системам. Для массивного 3D ^{3}He ФККФП не происходит, поскольку он поглощается фазовым переходом первого рода "жидкость — твердая фаза" [59, 68].

9. Высококоррелированная ферми-жидкость в ТФ металлах

Как было отмечено в разделе 1, основным требованием к теории является ее способность объяснить скейлинговое поведение нормированной эффективной массы $M^*_N(y)$, представленной на Рис. 3. Теории, рассматривающие только критические экспоненты, которые характеризуют массу $M^*_N(y)$ при $y \gg 1$, имеют дело лишь с частью проблемы. В этом разделе мы выделим и проанализируем скейлинговое поведение нормированной эффективной массы около ККТ, как показано на Рис. 3, и покажем, что экспериментальные данные, описывающих термодинамические, транспортные и релаксационные свойства ТФ металлов, могут быть объяснены в рамках расширенной парадигмы квазичастиц.

9.1. Зависимость эффективной массы M^* от магнитного поля

Когда ферми-система приближается к ФККФП со стороны неупорядоченной фазы, как показано на Рис. 8, она остается ферми-жидкостью Ландау с эффективной массой M^*, сильно зависящей от расстояния $r=(x-x_{FC})/x_{FC}$, температуры T и магнитного поля B. Это состояние системы с M^*, существенно зависящей от T, r и B, напоминает сильнокоррелированную жидкость. Однако, в отличие от сильно-коррелированной жидкости, энтропия рассматриваемой системы не имеет независящего от температуры слагаемого S_0, описываемого уравнением (28), и при низких температурах эта система становится ЛФЖ с эффективной массой $M^* \propto 1/r$ [см. уравнения (19) и (88)]. Такую жидкость можно назвать высококоррелированной жидкостью, которая, как мы увидим, имеет необычные свойства, не совпадающие со свойствами сильнокоррелированных ферми-систем [60, 153].

Используем уравнение Ландау для изучения поведения эффективной массы $M^*(T,B)$ как функции температуры и магнитного поля. В случае однородной жидкости и при конечных температурах и магнитных полях это уравнение имеет вид [20]

$$\begin{aligned}\frac{1}{M^*(T,B)} &= \frac{1}{M}+\sum_{\sigma_1}\int\frac{\mathbf{p}_F\mathbf{p}}{p_F^3}F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p_F},\mathbf{p})\\ &\times \frac{\partial n_{\sigma_1}(\mathbf{p},T,B)}{\partial p}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}.\end{aligned} \tag{90}$$

Здесь $F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p_F},\mathbf{p})$ — амплитуда Ландау, зависящая от импульсов p_F, p и спина σ. Для определенности будем считать, что ТФ жидкость является трехмерной. Как видно из раздела 8, скейлинговое поведение, вычисляемое в рамках модели ТФ жидкости, не зависит от размерности и межчастичного взаимодействия, в то время как величины самих шкал, например, M^*_M и T_M - зависят. Для упрощения опускаем спиновую зависимость эффективной массы, поскольку в случае слабых магнитных полей $M^*(T,B)$ заметно не зависит от спинов. Функция распределения квазичастиц имеет вид

$$n_\sigma(\mathbf{p},T)=\left\{1+\exp\left[\frac{(\varepsilon(\mathbf{p},T)-\mu_\sigma)}{T}\right]\right\}^{-1}, \tag{91}$$

где $\varepsilon(\mathbf{p},T)$ определяется уравнением (3). В нашем случае одночастичный спектр слабо зависит от спина, но химический потенциал может иметь зависимость из-за расщепления Зеемана. Мы будем специально показывать зависимость от спина физических величин, когда она будет важна для понимания. Представим $n_\sigma(\mathbf{p},T,B)\equiv\delta n_\sigma(\mathbf{p},T,B)+n_\sigma(\mathbf{p},T=0,B=0)$, и уравнение (90) принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{M}{M^*(T,B)} &= \frac{M}{M^*(x)}+\frac{M}{p_F^2}\sum_{\sigma_1}\int\frac{\mathbf{p}_F\mathbf{p_1}}{p_F}\\ &\times F_{\sigma,\sigma_1}(\mathbf{p_F},\mathbf{p}_1)\frac{\partial\delta n_{\sigma_1}(\mathbf{p}_1,T,B)}{\partial p_1}\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}.\end{aligned} \tag{92}$$

Мы предполагаем, что высококоррелированная электронная жидкость находится вблизи ФККФП, и расстояние r мало, так что $M/M^*(x)\ll 1$, как это следует из уравнения (19). В случае нормальных металлов, когда электронная жидкость ведет себя как ферми-жидкость Ландау с эффективной массой порядка нескольких "голых" электронных масс $M/M^*(x)\sim 1$ до температур $T\sim 1000$ К, второе слагаемое в правой части уравнения (92) имеет порядок T^2/μ^2 и намного меньше, чем первое слагаемое. Можно проверить, что то же самое справедливо, когда накладывается магнитное поле $B\lesssim 50$ Т. Таким образом, при $M/M^*(x)\sim 1$ рассматриваемая система имеет поведение ферми-жидкости Ландау с эффективной массой, фактически независимой от температуры или магнитного поля, а сопротивление $\rho(T)\propto T^2$. Это значит, что поправки к ней, определяемые вторым слагаемым в правой части уравнения (92), пропорциональны $(T/\mu)^2$ или $(\mu_B B/\mu)^2$, где μ_B — магнетон Бора.

Вблизи критической точки x_{FC}, когда $M/M^*(x\to x_{FC})\to 0$, поведение эффективной массы кардинально изменяется, потому что первое слагаемое в правой части уравнения (92) исчезает, второе слагаемое становится главным, и эффективная масса определяется однородным уравнением (92), которое задает эффективную массу как функцию B и T. В результате ЛФЖ состояние исчезает, и система демонстрирует НФЖ поведение вплоть до самых низких температур.

Обратимся к качественному анализу решений уравнения (92) при $x \simeq x_{FC}$ и $T = 0$. Наложение магнитного поля приводит к расщеплению Зеемана поверхности Ферми. Расстояние δp между поверхностями Ферми со "спином вверх" и "спином вниз" становится равным $\delta p = p_F^{\uparrow} - p_F^{\downarrow} \sim \mu_B B M^*(B)/p_F$. Заметим, что второе слагаемое в уравнении (92) пропорционально $(\delta p)^2 \propto (\mu_B B M^*(B)/p_F)^2$, и уравнение (92) принимает вид [47, 50, 134]

$$\frac{M}{M^*(B)} = \frac{M}{M^*(x)} + c\frac{(\mu_B B M^*(B))^2}{p_F^4}, \tag{93}$$

где c — константа. Отметим, что эффективная масса $M^*(B)$ зависит также от x, и эта зависимость исчезает при $x = x_{FC}$. В точке $x = x_{FC}$ слагаемое $M/M^*(x)$ обнуляется, уравнение (93) становится однородным и может быть решено аналитически [50, 60, 134]

$$M^*(B) \propto \frac{1}{(B - B_{c0})^{2/3}}. \tag{94}$$

Здесь B_{c0} — критическое магнитное поле, которое следует рассматривать как параметр (см. комментарий к формуле (13)).

Уравнение (94) задает универсальное степенное поведение эффективной массы, которое не зависит от межчастичного взаимодействия и справедливо в 3D и 2D случаях. При плотностях $x > x_{FC}$ эффективная масса $M^*(x)$ конечна, и мы имеем дело с обычными квазичастицами Ландау при условии, что магнитное поле мало настолько, что

$$\frac{M^*(x)}{M^*(B)} \ll 1, \tag{95}$$

где $M^*(B)$ задается уравнением (94).

Второе слагаемое в правой части уравнения (93) пропорционально $(BM^*(x))^2$ и представляет малую поправку. В противоположном случае, когда $M^*(x)/M^*(B) \gg 1$, электронная жидкость ведет себя так, как будто она находится в квантовой критической точке. Поскольку в режиме ферми-жидкости Ландау основные термодинамические и транспортные свойства системы определяются эффективной массой, то из уравнения (94) следует, что мы получаем уникальную возможность управлять ее магнетосопротивлением, сопротивлением, теплоемкостью, намагничиванием, тепловым объемным расширением и т.д. Здесь необходимо отметить, что большая эффективная масса приводит к высокой плотности состояний, вызывающих появление и конкуренцию друг с другом большого числа состояний и фазовых переходов. Мы предполагаем, что они могут быть подавлены внешним магнитным полем, и рассматриваем термодинамические свойства системы без учета этой конкуренции.

9.2. Зависимость эффективной *массы* M^* от температуры и затухание квазичастиц

Для изучения качественного поведения $M^*(T)$ при увеличении температуры упростим уравнение (92), опуская переменную B и имитируя влияние внешнего магнитного поля конечной эффективной массой в знаменателе первого слагаемого в правой части уравнения (92). Эта эффективная масса становится функцией расстояния r, $M^*(r)$, которое определяется и величиной магнитного поля B. Если магнитное поле исчезает, то $r = (x - x_{FC})/x_{FC}$. Проинтегрируем второе слагаемое по угловым переменным, затем возьмем интеграл по переменной p по частям и заменим переменную p на z, $z = (\varepsilon(p) - \mu)/T$. В случае плоской и узкой зоны можно воспользоваться приближением $(\varepsilon(p) - \mu) \simeq p_F(p - p_F)/M^*(T)$. В результате всех преобразований получаем

$$\frac{M}{M^*(T)} = \frac{M}{M^*(r)} + \alpha \int_0^\infty \frac{F(p_F, p_F(1+\alpha z))dz}{1+e^z} - \alpha \int_0^{1/\alpha} F(p_F, p_F(1-\alpha z))\frac{dz}{1+e^z}. \quad (96)$$

Здесь были использованы следующие обозначения: $F \sim Md(F^1p^2)/dp$, переменная $\alpha = TM^*(T)/p_F^2 = TM^*(T)/(T_kM^*(r))$, $T_k = p_F^2/M^*(r)$ и импульс Ферми определен из условия $\varepsilon(p_F) = \mu$.

Сначала предположим, что $\alpha \ll 1$. Тогда, опуская слагаемые порядка $\exp(-1/\alpha)$, можем положить верхний предел второго интеграла в правой части уравнения (96) равным бесконечности и видим, что сумма второго и третьего слагаемых есть четная функция α. Полученные интегралы — типичные выражения с функцией Ферми-Дирака в качестве подынтегрального выражения — могут быть вычислены с использованием стандартной процедуры (см., например, [155]). Так как нам необходима только оценка интегралов, представим уравнение (96) как

$$\frac{M}{M^*(T)} \simeq \frac{M}{M^*(r)} + a_1\left(\frac{TM^*(T)}{T_kM^*(r)}\right)^2 + a_2\left(\frac{TM^*(T)}{T_kM^*(r)}\right)^4 + ..., \quad (97)$$

где a_1 и a_2 — константы порядка единицы.

Уравнение (97) может рассматриваться как типичное уравнение теории ферми-жидкости Ландау. Единственным исключением при этом является эффективная масса $M^*(r)$, сильно зависящая от расстояния r и расходящаяся при $r \to 0$. Тем не менее, из уравнения (97) следует, что при $T \to 0$ поправки к $M^*(r)$ начинаются с членов порядка T^2 при условии выполнения неравенства,

$$\frac{M}{M^*(r)} \gg \left(\frac{TM^*(T)}{T_kM^*(r)}\right)^2 \simeq \frac{T^2}{T_k^2}, \quad (98)$$

и система демонстрирует поведение ферми-жидкости Ландау. Из уравнения (7.10) видно, что поведение ферми-жидкости Ландау исчезает, когда $r \to 0$ и $M^*(r) \to \infty$. Тогда свободный член в правой части уравнения (96) оказывается пренебрежимо малым $M/M^*(r) \to 0$, и уравнение (96), становясь однородным, определяет универсальное поведение эффективной массы $M^*(T)$. При некоторой температуре $T_1 \ll T_k$ величина суммы в правой части уравнения (97) определяется вторым слагаемым, и уравнение (98) более не справедливо. Удерживая только второе слагаемое в уравнении (97), получаем уравнение для определения $M^*(T)$ в переходной области [50, 156]

$$M^*(T) \propto \frac{1}{T^{2/3}}. \quad (99)$$

Как следует из оценок переходной температуры $T^*(B)$, при которой эффективная масса становится зависимой от температуры, отметим, что эффективная масса является непрерывной функцией температуры и магнитного поля: $M^*(B) \sim M^*(T^*)$. Из уравнений (94) и (99) получаем

$$T^*(B) \simeq \mu_B(B - B_{c0}). \quad (100)$$

С ростом температуры система переходит в другой режим. Коэффициент α становится порядка единицы, $\alpha \sim 1$, верхний предел второго интеграла в уравнении (96) не может быть распространен до бесконечности, и начинают играть роль нечетные слагаемые. В результате уравнение (97) более несправедливо, и сумма первого и второго интегралов в правой части уравнения (96) пропорциональна $M^*(T)T$. Пренебрегая первым слагаемым $M/M^*(r)$ и приближая сумму интегралов выражением $M^*(T)T$, получаем из (96)

$$M^*(T) \propto \frac{1}{\sqrt{T}}. \tag{101}$$

Отметим, что $M^*(T)$ может быть также получена из уравнения (101), если амплитуда Ландау $F(p)$ определяется неаналитической функцией, такой, что она не может быть разложена в ряд Тейлора при $p \to 0$.

Таким образом, можно заключить, что при повышении температуры и когда $x \simeq x_{FC}$, система демонстрирует три типа режимов: поведение ферми-жидкости Ландау при $\alpha \ll 1$, когда уравнение (98) справедливо, и поведение эффективной массы задано (94); поведение, определяемое уравнением (99), когда $M^*(T) \propto T^{-2/3}$ и $S(T) \propto M^*(T)T \propto T^{1/3}$; и при $\alpha \sim 1$ справедливо уравнение (101), $M^*(T) \propto 1/\sqrt{T}$, в этом режиме энтропия $S(T) \propto M^*(T)T \propto \sqrt{T}$ и теплоемкость $C(T) = T(\partial S(T)/\partial T) \propto \sqrt{T}$.

Проиллюстрируем поведение $S(T)$ вычислениями, используя модельный функционал Ландау [40, 154],

$$\begin{aligned} E[n(p)] &= \int \frac{\mathbf{p}^2}{2M}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} + \frac{1}{2}\int V(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \\ &\times n(\mathbf{p}_1)n(\mathbf{p}_2)\frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^6}, \end{aligned} \tag{102}$$

с межчастичным взаимодействием вида

$$V(\mathbf{p}) = g_0\frac{\exp(-\beta_0|\mathbf{p}|)}{|\mathbf{p}|}. \tag{103}$$

Мы нормировали: эффективную массу на M, $M^* = M^*/M$ и температуру T_0 на ферми-энергию ε_F^0, $T = T_0/\varepsilon_F^0$ и использовали безразмерную постоянную взаимодействия $g = (g_0 M)/(2\pi^2)$, а также $\beta = \beta_0 p_F$. ФККФП происходит, когда эти параметры достигают критических значений $\beta = b_c$ и $g = g_c$. С другой стороны, ФККФП происходит, когда эффективная масса $M^* \to \infty$. Это условие позволяет получить выражение, связывающее b_c и g_c [40, 154]

$$\frac{g_c}{b_c^3}(1 + b_c)\exp(-b_c)[b_c\cosh(b_c) - \sinh(b_c)] = 1.$$

Из этого уравнения следует, что критическая точка ферми-конденсатного квантового фазового перехода ФККФП может быть достигнута путем изменения g_0, если β_0 и p_F фиксированы, или изменением p_F, если β_0 и g_0 фиксированы и т.д. Для определенности мы будем изменять g, чтобы достигнуть ФККФП или исследовать свойства системы за критической точкой. Расчеты $M^*(T)$, $S(T)$ и $C(T)$, основанные на модельном функционале (102) с параметрами $g = g_c = 6.7167$ и $\beta = b_c = 3$, показывают, что $M^*(T) \propto 1/\sqrt{T}$, $S(T) \propto \sqrt{T}$ и $C(T) \propto \sqrt{T}$. На Рис. 16 показан график зависимости энтропии от температуры.

Оценим затухание квазичастиц $\gamma(T)$. В рамках теории ферми-жидкости Ландау оно определено выражением [20]

$$\gamma \sim |\Gamma|^2(M^*)^3T^2, \tag{104}$$

где Γ — частично-дырочная амплитуда. В случае высококоррелированной системы с большой плотностью состояний, вызванной огромной величиной эффективной массы, амплитуда Γ не может быть приближена голым взаимодействием между частицами, но может быть оценена в пределах лестничного приближения, которое дает $|\Gamma| \sim 1/(p_F M^*(T))$ [49]. В результате мы получаем, что в режиме ферми-жидкости Ландау $\gamma(T) \propto T^2$, поскольку

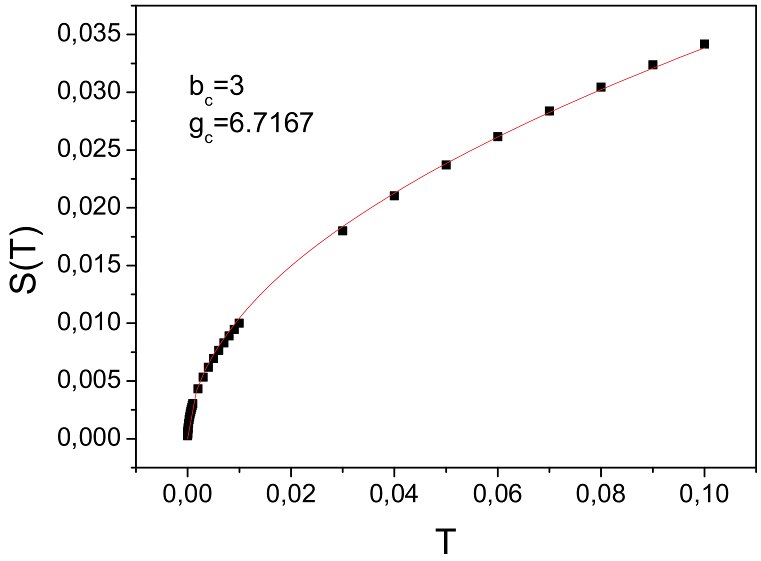

Рис. 16: Энтропия $S(T)$ высококоррелированной ферми-жидкости в критической точке ФККФП. Сплошная линия представляет функцию $S(T) \propto \sqrt{T}$, а квадраты представляют результаты вычислений.

M^* не зависит от температуры; в $T^{-2/3}$ режиме $\gamma(T) \propto T^{4/3}$ и в $1/\sqrt{T}$ режиме $\gamma(T) \propto T^{3/2}$. Далее, $\gamma(T) \propto T^{4/3}$ в $T^{-2/3}$-режиме, и $\gamma(T) \propto T^{3/2}$ в $1/\sqrt{T}$-режиме. Заметим, что во всех случаях ширина является малой по сравнению с характерной энергией квазичастицы, которая считается величиной порядка T, так что понятие квазичастицы имеет смысл.

Можно заключить, что, когда электронная жидкость локализована около квантовой критической точки ФККФП и находится на неупорядоченной стороне, ее возбуждения малой энергии являются квазичастицами с эффективной массой $M^*(B,T)$. Отметим, что при $x \to x_{FC}$ фактор перенормировки квазичастицы $a(\mathbf{p})$ остается конечным и приблизительно постоянным, а расходимость эффективной массы, даваемая уравнением (19), не связана с тем, что $a(\mathbf{p}) \to 0$ [22,23,157]. Таким образом квазичастицы сохраняются, и именно они определяют транспортные и термодинамические свойства высококоррелированной электронной жидкости.

9.3. Скейлинговое поведение эффективной массы

Как было отмечено в разделе 1, чтобы избежать сложностей, связанных с анизотропией, порождаемой кристаллической решеткой ТФ металла, мы рассматриваем универсальное поведение ТФ металлов, используя модель однородной ТФ (электронной) жидкости. Эта модель достаточно информативна, поскольку рассматривается скейлинговое поведение, демонстрируемое эффективной массой при низких температурах. Скейлинговое поведение эффективной массы определяется изменениями энергии и импульса, которые малы по сравнению с характеристической температурой Дебая и импульсом порядка постоянной обратной решетки кристалла a^{-1}. Поэтому квазичастицы взаимодействуют с кристаллической решеткой, усредненной по расстояниям значительно большим, чем параметр решетки a. Следовательно, мы можем использовать хорошо известную модель желе. Отметим, что величины таких шкал, как M^*_M, T_M, B_{c0} и B_{c2} и т.д. зависят от свойств ТФ металла, его решетки, состава и т.д. Например, критическое магнитное поле B_{c0} зависит от ориентации относительно кристаллической решетки.

Для исследования скейлинговых свойств M^* проведем качественный анализ уравнения (90). В ККТ ФККФП эффективная масса M^* расходится, и уравнение (90) становится однородным, определяя M^* как функцию температуры в соответствии с уравнением (99). Если система находится до ФККФП, то M^* конечна, и при низких температурах система демонстрирует ЛФЖ поведение, а именно, $M^*(T) \simeq M^* + a_1T^2$. Как мы видели в Подразделе 9.2, ЛФЖ поведение возникает, когда второе слагаемое в правой части уравнения (90) мало по сравнению с первым. Далее, при увеличении температуры система входит в переходный режим: M^* растет, достигая максимума M^*_M при $T = T_M$ с последующим убыванием. При температурах $T \geq T_M$ последние "следы" режима ЛФЖ исчезают, второе слагаемое начинает доминировать, уравнение (90) становится опять однородным, и восстанавливается НФЖ поведение, заявляя о себе уменьшением M^* как $T^{-2/3}$.

Когда система находится около ФККФП, оказывается, что решение уравнения (90) $M^*(T)$ может быть хорошо аппроксимировано простой универсальной интерполяционной функцией [153]. Интерполяция справедлива между ЛФЖ ($M^* \simeq M^* + a_1T^2$) и НФЖ ($M^* \propto T^{-2/3}$) режимами, описывая вышеупомянутый переход. Переходя к безразмерным переменным $y = T_N = T/T_M$, получаем искомое выражение

$$M^*_N(y) \approx c_0 \frac{1 + c_1 y^2}{1 + c_2 y^{8/3}}. \tag{105}$$

Здесь $M^*_N = M^*/M^*_M$ нормированная эффективная масса, $c_0 = (1 + c_2)/(1 + c_1)$, c_1 и c_2 — подгоночные константы, параметризующие амплитуду Ландау.

Из уравнения (94) следует, что наложение магнитного поля восстанавливает ЛФЖ поведение, поэтому M^*_M зависит от B

$$M^*_M \propto (B - B_{c0})^{-2/3}, \tag{106}$$

в то время как

$$T_M \propto \mu_B(B - B_{c0}). \tag{107}$$

Используя уравнения (106) и (107) для вычисления M^*_M и T_M, можно заключить, что уравнение (105) справедливо при описании нормированной эффективной массы во внешних магнитных полях, если $y = T/(B - B_{c0})$. С другой стороны, уравнение (105) справедливо, когда наложенное магнитное поле становится переменным, а температура имеет фиксированное значение $T = T_f$. В этом случае удобно переписать переменную y в виде $y = (B - B_{c0})/T_f$.

9.3.1. Схематическая фазовая диаграмма ТФ металла

Схематическая фазовая диаграмма ТФ металла представлена на Рис. 17, панель **a**. Магнитное поле B играет роль управляющего параметра. В роли управляющего параметра могут выступать: давление P или легирование (плотность) и др. При $B = B_{c0}$ происходит ФККФП, приводящий к сильному вырождению состояний, где B_{c0} есть критическое магнитное поле, такое, что при $B > B_{c0}$ система движется к ЛФЖ состоянию. Напомним, что в нашей простой модели B_{c0} является параметром. ФК состояние захватывается сверхпроводящим (СП), ферромагнитным (ФМ), антиферромагнитным (АФМ) и другими состояниями, снимающими вырождение.

Далее, в подразделе 9.4 мы рассмотрим ТФ металл $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. В этом металле $B_{c0} \simeq 0.06$ Т ($B \perp c$) и при $T = 0$ и $B < B_{c0}$ возникает AFM состояние с сопротивлением, зависящим от температуры по закону $\rho(T) \propto T^2$ [15]. При увеличении температуры и постоянном магнитном поле возникает НФЖ режим, но дальнейшее увеличение поля B опять переводит систему из состояния НФЖ в ЛФЖ состояние, как показано штрих-пунктирной горизонтальной стрелкой на Рис. 17. Мы рассматриваем переходную область, когда си-

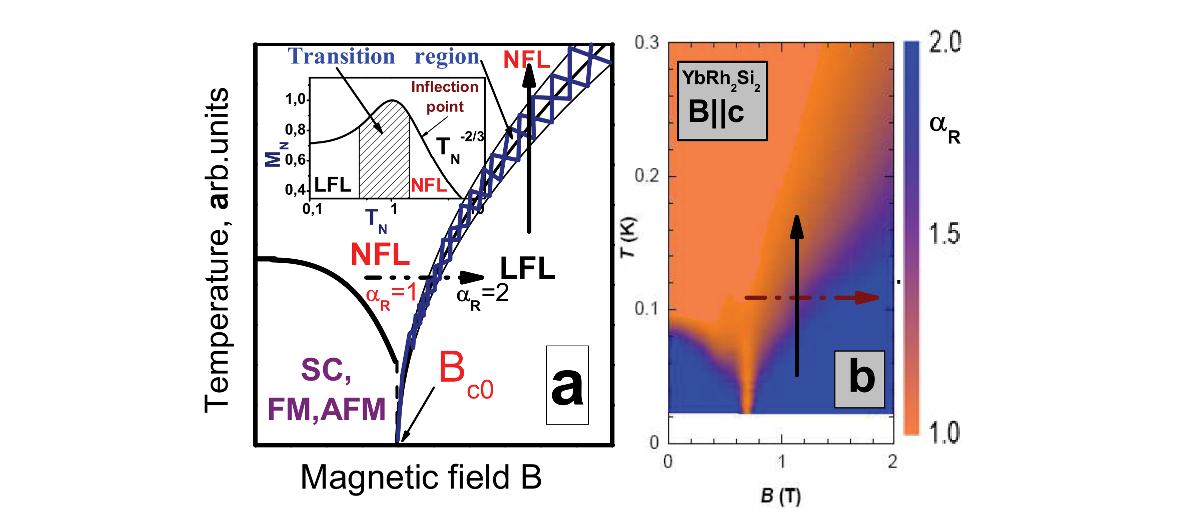

Рис. 17: На панели **a** представлена схематическая фазовая $T-B$ диаграмма ТФ металла. Вертикальная стрелка показывает переход из ЛФЖ в НФЖ состояние при постоянном B и изменении T. Штрих-пунктирная горизонтальная стрелка обозначает переход системы из НФЖ в ЛФЖ состояние вдоль оси B при постоянном T. Показатель α_R определяет зависящую от температуры часть сопротивления. В ЛФЖ состоянии показатель $\alpha_R = 2$, а в НФЖ — $\alpha_R = 1$. В переходной области показатель непрерывно изменяется от своего ЛФЖ значения до величины при НФЖ. На вставке изображен схематический график нормированной эффективной массы как функции T_N. Переходный режим, когда M^*_N достигает своего максимального значения M^*_M при $T = T_M$, представлен в виде заштрихованной области как на панели **a**, так и на вставке. Стрелки указывают точку перегиба M^*_N и переходную область. На панели **b** представлена экспериментальная $T-B$ фазовая диаграмма показателя $\alpha_R(T,B)$ как функция T и B [8]. Изменение $\alpha_R(T,B)$ показано цветом: желтый цвет соответствует $\alpha_R(T,B) = 1$, синий — $\alpha_R(T,B) = 2$. Оба перехода из ЛФЖ в НФЖ состояние и из НФЖ в ЛФЖ обозначены стрелками.

стема движется из НФЖ состояния в ЛФЖ состояние вдоль горизонтальной стрелки, а также ее движение из ЛФЖ состояния в НФЖ состояние вдоль вертикальной стрелки, как показано на Рис. 17. Вставка на Рис. 17 демонстрирует скейлинговое поведение нормированной эффективной массы $M^*_N = M^*/M^*_M$ в зависимости от нормированной температуры $T_N = T/T_M$, где M^*_M — максимальное значение массы M^*, достигаемое при $T = T_M$. Режим $T^{-2/3}$ отмечен как НФЖ, поскольку масса сильно зависит от температуры. Окрестность температуры $T \simeq T_M$ соответствует переходной области между ЛФЖ состоянием с почти постоянной эффективной массой и НФЖ состоянием, задаваемым зависимостью $T^{-2/3}$. Поэтому температура $T \sim T_M$ может считаться переходной между ЛФЖ и НФЖ состояниями.

Переходная температура (температура кроссовера) $T^*(B)$ не является температурой фазового перехода. Поэтому переходная температура определена в широкой полосе, как это видно из вставки на Рис. 17 **a**. Ширина полосы заметно зависит от критериев определения переходной температуры [15,144]. Обычно температура $T^*(B)$ извлекается из измерений зависимости сопротивления от магнитного поля и температуры, например, из сопротивления $\rho(B,T)$, задаваемого уравнением (18). ЛФЖ состояние характеризуется T^{α_R} зависимостью сопротивления с $\alpha_R = 2$, (см. подраздел 9.5). На панели **a** Рис. 17 представлена схематическая фазовая диаграмма ТФ металла. B_{c0} магнитное поле, при котором расходится эффективная масса. SC, FM, AFM обозначают сверхпроводящее (SC), ферромагнитное (FM) и антиферромагнитное (AFM) состояния, соответственно. При $B < B_{c0}$ система может находиться в SC, FM или AFM состояниях. Кроссовер (который является переходным режимом, показанным в виде заштрихованной области как на панели **a** Рис. 17, так и на вставке) имеет место при температурах, когда сопротивление начинает изменяться от ЛФЖ поведения с $\alpha_R = 2$ так, что показатель $1 < \alpha_R < 2$, (см. подраздел 9.5). Как будет показано в подразделе 9.5, в НФЖ состоянии $\alpha_R = 1$.

На панели **b** Рис. 17 представлена экспериментальная $T - B$ фазовая диаграмма показателя $\alpha_R(T, B)$ как функция температуры T и магнитного поля B [8]. Изменение $\alpha_R(T, B)$ показано с помощью цвета: желтый цвет соответствует $\alpha_R(T, B) = 1$ (НФЖ состояние), и синий — $\alpha_R(T, B) = 2$ (ЛФЖ состояние). НФЖ поведение при $B = B_{c0}$ начинается с минимальных температур. При увеличении магнитного поля $B > B_{c0}$ и $T \sim T^*(B)$ обнаруживается широкая область переходного режима от НФЖ состояния до индуцированного полем ЛФЖ состояния. Из фазовой диаграммы $\mathrm{YbRh_2Si_2}$ (Рис. 17 **b**) видно, что при критическом поле $B_{c0} \simeq 0.66$ T $(B\|c)$ НФЖ поведение наблюдается вплоть до самых низких температур. Отметим, что фазовая диаграмма, представленная на Рис. 17 (панель **a**), согласуется с экспериментальной фазовой диаграммой на панели **b**.

Здесь уместно сделать следующее замечание. Как будет показано далее, в некоторых случаях зависимости эффективной массы от магнитного поля, или другие измеряемые величины, такие, как продольное магнетосопротивление, не имеют "особых точек" типа максимумов. Тогда нормировку можно проводить, используя другие точки, например, точку перегиба, показанную на вставке на Рис. 17 **a** стрелкой. Такая нормировка возможна, поскольку она основана на внутренней шкале, $T_{inf} \propto T_M \propto (B - B_{c0})$. В результате мы получаем

$$\mu_B(B_{inf} - B_{c0}) \propto T_f. \tag{108}$$

Из уравнения (105) следует, что, в отличие от парадигмы квазичастиц Ландау, эффективная масса сильно зависит от T и B. Эта зависимость приводит к расширенной парадигме квазичастиц и формирует НФЖ поведение. Кроме того, из уравнения (105) следует, что скейлинговое поведение M^* около ККТ проявляется при использовании подходящих физических шкал для измерения эффективной массы, магнитного поля и температуры. При фиксированном магнитном поле в качестве характеристических масштабов для температуры и функции $M^*(T, B)$ могут быть взяты T_M и M^*_M соответственно. При фиксированной температуре характеристическими масштабами могут служить $(B_M - B_{c0})$ и M^*_M. Из уравнений (106) и (107) видно, что при фиксированных магнитных полях $T_M \to 0$, и $M^*_M \to \infty$, и ширина переходной области сжимается до нуля при $B \to B_{c0}$, если она измеряется во "внешнем" масштабе, например, T в K, магнитное поле B в T и т.д. Точно так же, из уравнений (99) и (108) следует, что при фиксированной температуре T_f, $(B_{inf} - B_{c0}) \to 0$, и $M^*_M \to \infty$, и ширина переходной области сжимается до нуля при $T_f \to 0$. Таким образом, применение внешних шкал выявляет скейлинговое поведение эффективной массы, а также термодинамических и транспортных свойств.

Далее мы вычисляем эффективную массу, используя уравнение (90) и применяем уравнение (105) для оценок рассматриваемых величин. Для вычисления эффективной массы $M^*(T, B)$, находится решение уравнения (90) с достаточно общей формой амплитуды Ландау [50]. Выбор амплитуды продиктован тем, что система должна находиться в ККТ. Это означает, что две первые производные по импульсу p одночастичного спектра $\varepsilon(\mathbf{p})$ должны обратиться в ноль на поверхности Ферми. Поскольку первая производная пропорциональна обратной массе квазичастицы $1/M^*$, ее обращение в ноль означает, что система находится в ККТ ФККФП. Вторая производная должна обратиться в ноль, поскольку иначе $\varepsilon(p) - \mu$ будет имеет одинаковый знак при $p > p_F$ и $p < p_F$, и состояние ЛФЖ станет неустойчивым при $r \to 0$ [22, 133]. Нули первых двух производных означают, что одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ имеет точку перегиба при p_F, поэтому первый член его разло-

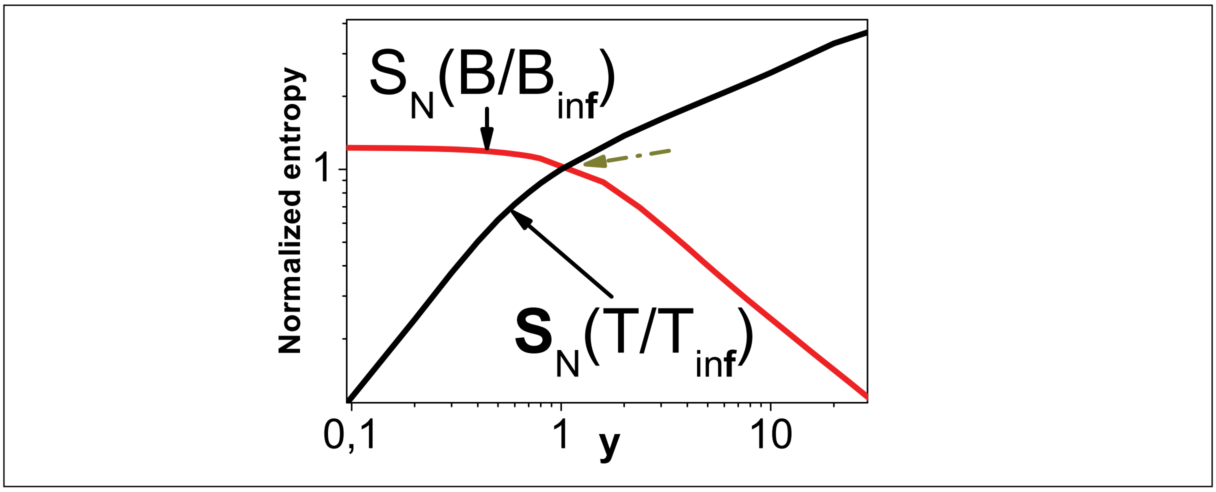

Рис. 18: Нормированная энтропия $S_N(B/B_{inf})$ как функция $y = B/B_{inf}$ и нормированная энтропия $S_N(T/T_{inf})$ как функция $y = T/T_{inf}$, вычисленные при постоянных температуре и магнитном поле, соответственно, представлены в виде сплошных линий и обозначены стрелками. Точка перегиба обозначена штрих-пунктирной стрелкой.

жения в ряд Тейлора пропорционален $(p - p_F)^3$. После решения уравнения (90) полученный спектр использовался для вычисления энтропии $S(B,T)$, которая, в свою очередь, использовалась для вычисления эффективной массы $M^*(T,B)$ с помощью хорошо известного соотношения теории ЛФЖ $M^*(T,B) = S(T,B)/T$. Результаты наших вычислений нормированной энтропии как функции нормированного магнитного поля $B/B_{inf} = y$ и как функции нормированной температуры $y = T/T_{inf}$ представлены на Рис. 18. Здесь T_{inf} и B_{inf} — соответствующие точки перегиба функции S. Энтропия нормирована на ее значение в точках перегиба $S_N(y) = S(y)/S(1)$. Как видно из Рис. 18, наши вычисления подтверждают скейлинговое поведение нормированной энтропии, поскольку кривые для различных температур и магнитных полей совпали друг с другом, будучи выраженными через переменную y. Точка перегиба T_{inf} в $S(T)$ приводит к тому, что $M^*(T,B)$ имеет максимум при определенных T, в то время как $M^*(T,B)$ в зависимости от B не имеет максимума. Отметим, что наши вычисления энтропии подтверждают справедливость уравнения (105) и скейлинговое поведение нормированной эффективной массы, см. Рис. 17 **a**.

9.4. Не-ферми жидкостное поведение $YbRh_2Si_2$

В этом подразделе мы исследуем переходную область и НФЖ поведение ТФ металла $YbRh_2Si_2$. Наши вычисления термодинамических и транспортных свойств находятся в хорошем согласии с точными измерениями теплоемкости, намагниченности, продольного магнетосопротивления и магнитной энтропии, полученными на $YbRh_2Si_2$ [15, 17, 33, 34]. Функции, описывающие термодинамические и транспортные свойства $YbRh_2Si_2$ демонстрируют скейлинговое поведение при изменении переменных на три порядка. Также будут объяснены энергетические шкалы для этих функций [36].

9.4.1. Удельная теплоемкость и коэффициент Зоммерфельда

Высокоточные измерения коэффициента Зоммерфельда $C/T \propto M^*$ на образцах $YbRh_2Si_2$ нового поколения в различных магнитных полях B, достигающих величины 1.5 Т [34], позволили нам обнаружить скейлинговое поведение эффективной массы M^* и наблюдать различные режимы изменения M^*: ЛФЖ режим, переходный от ЛФЖ к НФЖ, а также НФЖ режим. Из эксперимента следует, что максимум функции $C/T \propto M^*_M$ при температуре T_M и магнитном поле B смещается в сторону больших температур при увеличении B, а величина коэффициента Зоммерфельда $C/T = \gamma_0$, стремясь к насыщению при малых температурах, уменьшается при увеличении магнитного поля. Такое поведение описывается уравнениями (106) и (107). Из рассмотрения в подразделе 9.3 следует, что переходному режиму соответствуют температуры, при которых вертикальная стрелка на Рис. 17 пересекает заштрихованную область. Ширина этой области, будучи пропорциональна $T_M \propto (B - B_{c0})$ сжимается, а $\gamma_0 \propto M^*$ увеличивается при $B \to B_{c0}$. Эти выводы находятся в соответствии с экспериментальными данными [34].

Для получения M^*_N, функция C/T была нормирована на ее значение в максимуме $(C/T)_M$, а температура T — на T_M. На Рис. 19 геометрическими фигурами представлена M^*_N как функция температуры T_N. Результаты вычислений показаны сплошной линией. Из Рис. 19 виден скейлинг нормированных экспериментальных данных — функции C/T, измеренные при различных магнитных полях B, сливаются в одну, зависящую от переменной $y = T/T_M$. Из Рис. 19 следует, что нормированная масса не является константой, как следовало бы из теории ЛФЖ, но демонстрирует скейлинговое поведение (см. (105)) при изменении нормированной температуры $y = T/T_M$ на три порядка. Два режима (ЛФЖ режим и НФЖ режим), разделенные переходной областью и показанные в виде заштрихованного участка на вставке на Рис. 17 **a**, ясно видны на Рис. 19, иллюстрируя хорошее согласие между теорией и экспериментом. Процедура нормировки позволяет нам построить нормированную функцию C/T, извлеченную из экспериментальных данных в широком интервале изменения нормированной температуры. Эта функция объединяет данные C/T, измеренные в различных магнитных полях, в универсальную функцию переменной $y = T/T_M$, изменяющуюся на три порядка. Как видно из Рис. 1, НФЖ поведение простирается до высоких температур в несколько градусов Кельвина. В отличие от моделей, основанных на эффекте Кондо и флуктуациях, расширенная парадигма квазичастиц позволяет объяснить НФЖ поведение, наблюдаемое при высоких температурах. Отметим, что при рассматриваемых температурах фононный вклад в теплоемкость остается малым.

9.4.2. Намагниченность

Рассмотрим намагниченность M как функцию магнитного поля B при фиксированной температуре $T = T_f$.

$$M(B,T) = \int_0^B \chi(b,T)db, \tag{109}$$

где магнитная восприимчивость χ [20]

$$\chi(B,T) = \frac{\beta M^*(B,T)}{1 + F_0^a}. \tag{110}$$

Здесь β — константа и F_0^a — амплитуда Ландау, связанная с обменным взаимодействием [20]. В случае сильнокоррелированных систем $F_0^a \geq -0.9$ [56–58]. Поэтому, как следует из уравнения (110), нормализация в точке максимума, излома, перегиба и т.п. убирает коэффициенты β и $(1 + F_0^a)$ и делает $\chi \propto \gamma_0 \propto M^*$.

Можно предположить, что амплитуда F_0^a сильно зависит от B. Но это не так [36, 37], поскольку соотношение Кадоваки-Вудса сохраняется [14, 26, 137], $A(B)/\gamma_0^2(B) \propto A(B)/\chi^2(B) \propto const$, и $\gamma_0 \propto M^* \propto \chi$. Здесь A — коэффициент в T^2 зависимости сопротивления ρ. Отметим, что коэффициент Зоммерфельда не зависит от F_0^a.

Расчетный график намагниченности $M(B)$ имеет излом, показанный стрелкой на Рис. 20, при некотором значении магнитного поля $B = B_k$, что соответствует эксперимен-

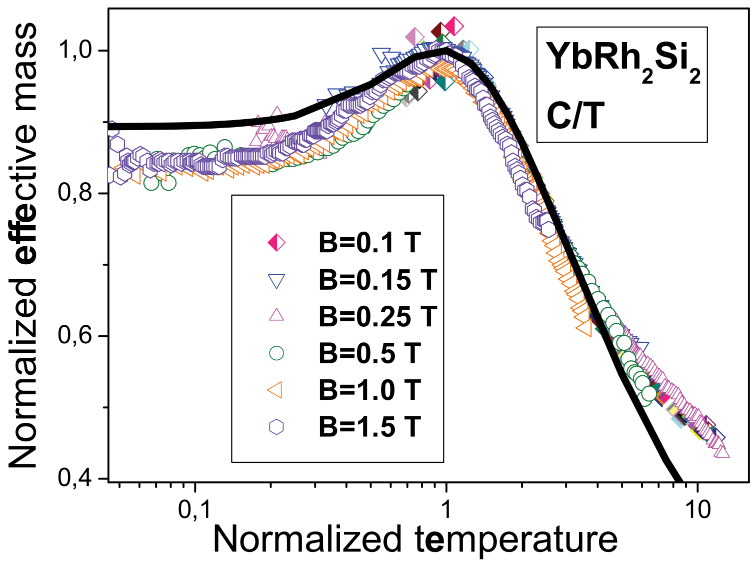

Рис. 19: Нормированная эффективная масса M^*_N, полученная из измерений удельной теплоемкости C/T для $\mathrm{YbRh_2Si_2}$ в магнитных полях B, показанных на вставке [160]. Вычисления M^*_N представлены кривой, показывающей скейлинговое поведение.

тальным данным по намагниченности [17, 33]. На Рис. 20 представлены нормированная намагниченность $M(B)/M(B_k)$, полученная из экспериментальных данных, (показана геометрическими фигурами), и вычисленная намагниченность, (показана сплошной линией). Для нормировки B и M использовались B_k и $M(B_k)$ соответственно, масштабированные данные для различных T_f совпадают друг с другом при введении нормированной переменной $y = B/T_k$. Наличие излома, указанного стрелкой, позволяет определить энергетические шкалы [17, 33], которые определяют поведение намагниченности $M(B)$ при $B < B_k$ и $B > B_k$. Как видно из Рис. 20 и следует из нашего анализа, излом является точкой перехода от быстрого к медленному росту M при увеличении магнитного поля. Рис. 20 показывает, что вычисления находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Экспериментальные данные имеют излом (показан стрелкой) при $B_N \simeq 1$, возникающий как только система входит в переходную область, соответствующую магнитным полям, при которых горизонтальная штрих-пунктирная стрелка на панели **a** (Рис. 17) пересекает заштрихованную область. Более того, как видно из рисунка 20, при малых магнитных полях M является линейной функцией B, поскольку M^* практически не зависит от B. Далее, уравнения (105) и (106) показывают, что при увеличении магнитного поля M^* становится убывающей функцией B, что приводит к излому в $M(B)$. Из уравнения (108) видно, что магнитное поле B_k, при котором появляется излом, $B_k \simeq B_M \propto T_f$ смещается в сторону более низких B при уменьшении T_f. Это наблюдение согласуется с экспериментальными фактами [17, 33].

Рассмотрим "среднюю" намагниченность $\underline{M} \equiv B\chi + M$ как функцию магнитного поля B при фиксированной температуре $T = T_f$ [17]. Мы опять используем B_k и $\underline{M}(B_k)$ для нормировки B и $\underline{M}$ соответственно. Нормированная $\underline{M}$ как функция $B_N = B/B_K$ представлена на Рис. 21. Вычисления изображены сплошной линией. Звездами показаны вычисления $\underline{M}$ с $M^*(y)$, извлеченной из C/T, показанной на Рис. 19. Из Рис. 21 видно, что вычисления находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Все кривые имеют излом (показан стрелкой) при $B_N \simeq 1$, возникающий как только система входит в переходную область, соответствующую магнитным полям, обозначенным штрих-пунктирной горизонтальной стрелкой на главной панели **a** (Рис. 17) и пересекающей заштрихованную

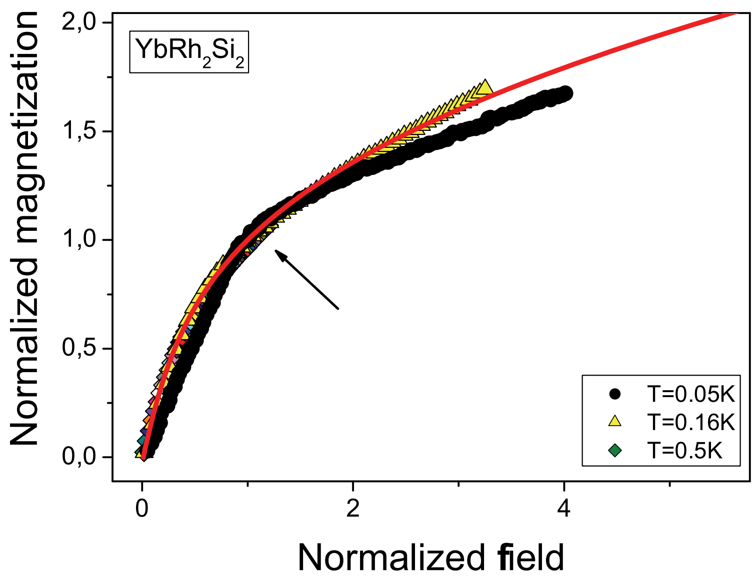

Рис. 20: Нормированная намагниченность M как функция нормированного магнитного поля при заданной температуре (представлены геометрическими фигурами), указанной в правом нижнем углу рисунка, получена из экспериментальных данных для $\mathrm{YbRu_2Si_2}$ в [17, 33]. Изломы на кривых, показанные стрелкой, хорошо видны при величине нормированного поля $B_N = B/B_k \simeq 1$. Непрерывная линия представляет вычисления.

область. При малых магнитных полях $\underline{M}$ является линейной функцией B, поскольку M^* почти не зависит от B. Из уравнения (106) следует, что при увеличении магнитных полей M^* становится убывающей функцией B, что порождает излом в $\underline{M}(B)$, разделяющий энергетические шкалы [17]. Из уравнения (108) видно, что магнитное поле $B_k \simeq B_M$, при котором появляется излом, смещается в сторону меньших B при уменьшении T_f.

9.4.3. Продольное магнетосопротивление

Рассмотрим продольное магнетосопротивление (LMR) $\rho(B,T) = \rho_0 + AT^2$ как функцию магнитного поля B при постоянной температуре T_f. В нашем случае, классический вклад в LMR, связанный с орбитальным (искривленным) движением носителей заряда под действием сил Лореца, мал. При этом отношение Кадоваки-Вудса [14, 26, 135–137], $K = A/\gamma_0^2 \propto A/\chi^2 = const$, позволяет нам выразить коэффициент A через M^* поскольку $\gamma_0 \propto \chi \propto M^*$. В результате — $(\rho(B,T) - \rho_0) \propto (M^*)^2$. Опуская классический вклад в LMR, получаем, что $\rho(B,T) - \rho_0 \propto (M^*)^2$. На Рис. 22 представлено нормированное магнетосопротивление

$$\rho_N(y) \equiv \frac{\rho(y) - \rho_0}{\rho_{inf}} = (M_N^*(y))^2 \tag{111}$$

как функция нормированного магнитного поля $y = B/B_{inf}$ при различных температурах, величины которых показаны на вставке на рисунке. Здесь ρ_{inf} и B_{inf} — продольное магнетосопротивление и магнитное поле, соответственно, взятые в точке перегиба, отмеченной стрелкой на Рис. 22, из которого видно, что теоретическая кривая (показанная сплошной линией) и экспериментальные кривые (показанные геометрическими фигурами), нормированные на значения в их точках перегиба, обнаруживают универсальное поведение — кривые для различных температур сливаются в одну в интервале более трех порядков изменения скейлинговой переменной y.

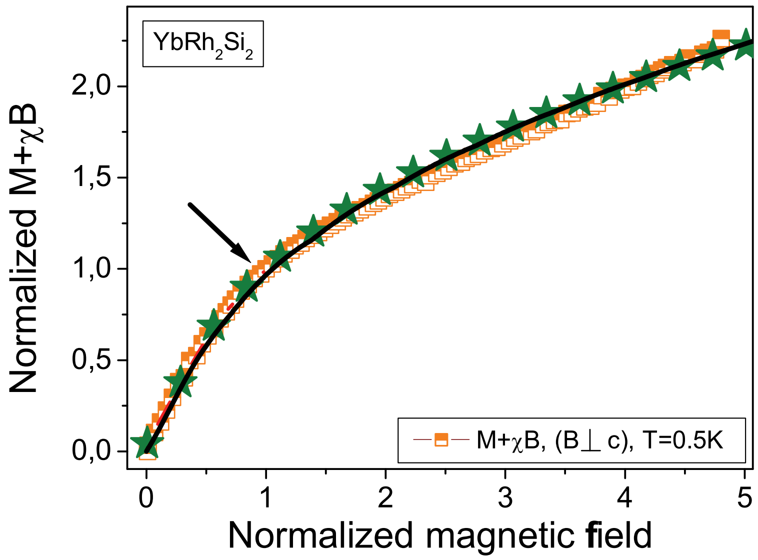

Рис. 21: Зависимость нормированной "средней" намагниченности $\underline{M} \equiv M + B\chi$ от магнитного поля, извлеченная из измерений на $YbRu_2Si_2$ [17], показана квадратами. Ясно виден излом (показан стрелкой) при значении нормированного поля $B_N = B/B_k \simeq 1$. Сплошная линия и звезды (см. текст) — вычисления.

Переходная область, в которой LMR начинает уменьшаться, показана на вставке в Рис. 17 **a** в виде заштрихованного участка. Из уравнения (108) ясно, что ширина переходной области, которая пропорциональна $B_M \simeq B_{inf}$, уменьшается при снижении температуры T_f. Аналогично, точка перегиба LMR, связанная с точкой перегиба M^*, показанной стрелкой на вставке в Рис. 17, смещается в сторону меньших B при уменьшении T_f. Все эти выводы находятся в хорошем согласии с данными работ [17, 33].

9.4.4. Магнитная энтропия

Изучение производной магнитной энтропии $dS(B,T)/dB$ как функции магнитного поля B при постоянной температуре T_f является важной задачей, поскольку $dS(B,T)/dB$ определяет скейлинговое поведение производной эффективной массы $TdM^*(B,T)/dB \propto dS(B,T)/dB$. Скейлинговые свойства самой эффективной массы $M^*(B,T)$ могут быть исследованы посредством LMR, как было показано в 9.4.3.

Как следует из уравнений (105) и (108), при $y \leq 1$ производная

$$-\frac{dM_N(y)}{dy} \propto y,$$

где $y = (B - B_{c0})/(B_{inf} - B_{c0}) \propto (B - B_{c0})/T_f$. Отметим еще раз, что эффективная масса, как функция B, не имеет максимума. При увеличении y производная $-dM_N(y)/dy$ достигает максимума в точке перегиба $M_N(y)$ и затем становится убывающей функцией y. Используя переменную $y = (B - B_{c0})/T_f$, можно заключить, что для меньших температур левый (до максимума) фронт функции $-dS/dB \propto -TdM^*/dB$ становится круче, а ее максимум в точке $(B_{inf} - B_{c0}) \propto T_f$ — выше. Это наблюдение находится в количественном согласии с измерениями отношений конечных разностей намагниченности к приращениям температуры, $-\Delta M/\Delta T$, как функции магнитного поля при постоянных температурах T_f,

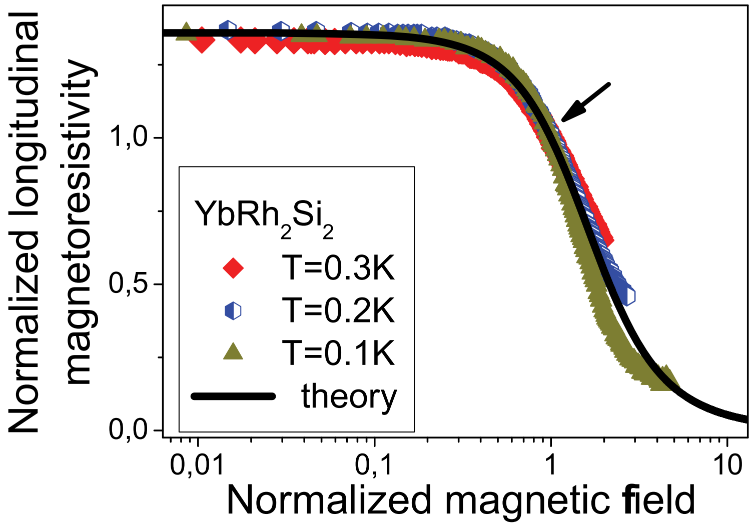

Рис. 22: Нормированное продольное магнетосопротивление R^{ρ}_N как функция нормированного магнитного поля. R^{ρ}_N извлечено из измерений LMR на $YbRh_2Si_2$ при различных температурах [17, 33], показанных на вставке. Сплошная линия — вычисления.

выполненных на $YbRh_2Si_2$ [158]. Следует отметить, что $\Delta M/\Delta T \simeq dS/dB$ соответствует хорошо известному термодинамическому равенству $dM/dT = dS/dB$.

Для расчета $-dM^*(B,T)/dB$ использовалась энтропия $S(B,T)$, показанная на Рис. 18. На Рис. 23 представлена нормированная производная $(dS/dB)_N$ как функция нормированного магнитного поля. Функция $(dS/dB)_N$ получена путем нормировки $(-dS/dB)$ на ее максимальное значение в точке B_M, а поле B масштабируется значением B_M. Эксперимент по $-\Delta M/\Delta T$ нормирован аналогичным образом и представлен на Рис. 23 как $(\Delta M/\Delta T)_N$ в зависимости от нормированного магнитного поля. Из Рис. 23 видно, что вычисления находятся в хорошем согласии с данными экспериментов. Экспериментальные $(\Delta M/\Delta T)_N$ и расчетные функции $(dS/dB)_N$ демонстрируют скейлинговое поведение при изменении нормированного магнитного поля на три порядка.

9.4.5. Энергетические шкалы

На Рис. 24 показаны графики функций $T_{inf}(B)$ и $T_M(B)$ сплошной и штрих-пунктирной линиями, соответственно. Граница между НФЖ и ЛФЖ режимами обозначена штриховой линией, AF — антиферромагнитное состояние. Соответствующие данные взяты из [17, 33, 158]. Видно, что наши расчеты находятся в хорошем согласии с экспериментом. На Рис. 24 сплошная и штрих-пунктирная линии, соответствующие функциям T_{inf} и T_M, соответственно, описывают положение изломов, разделяющих энергетические шкалы для C и M [17, 158]. Из Рис. 24 следует, что расчеты соответствуют экспериментам, и энергетические шкалы воспроизводятся уравнениями (107) и (108); эти шкалы заданы точками T_{inf} и T_M на графике нормированной эффективной массы M^*_N и показаны стрелками на вставке в Рис. 17. Таким образом, график эффективной массы как функции температуры при фиксированном магнитном поле $(B-B_{c0})$ можно получить масштабным преобразованием нормированной эффективной массы, причем ее максимальное значение определяется формулой (106), а шкала температур — (107). При $B \to B_{c0}$, обе температуры $T_{inf} \to 0$ и $T_M \to 0$, а области переходного режима сжимаются до исчезновения и становятся недоступны для прямых измерений. Как видно из Рис. 19, 20, 22, 23 и 24, нормировка позволяет построить на основе экспериментальных данных термодинамические

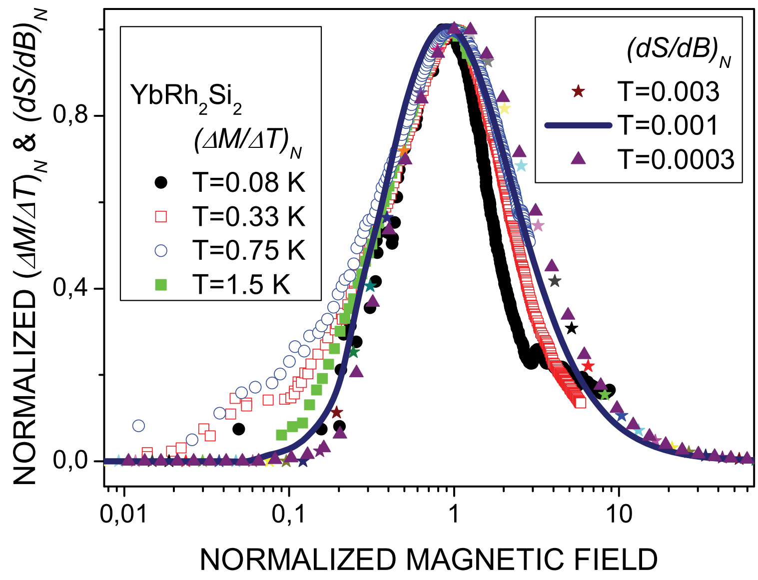

Рис. 23: Нормированная конечная разность намагниченности к приращению температуры $(\Delta M/\Delta T)_N$ как функция нормированного магнитного поля при постоянной температуре (список температур приведен в верхнем левом углу рисунка). $(\Delta M/\Delta T)_N$ получена из измерений на $YbRh_2Si_2$ [158]. Результаты вычислений $(dS/dB)_N \simeq (\Delta M/\Delta T)_N$ как функции нормированного магнитного поля при постоянных безразмерных температурах T/μ (температуры приведены в верхнем правом углу рисунка) изображены с помощью геометрических фигур, маркировка которых указана на вставках в рисунок.

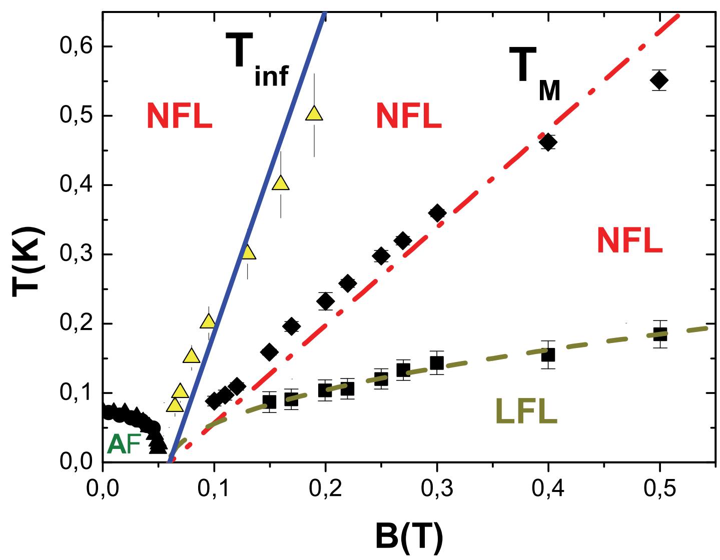

Рис. 24: $T - B$ фазовая диаграмма для $YbRh_2Si_2$. Сплошные круги показывают границу между AF и НФЖ состояниями. Квадраты — границу между НФЖ и ЛФЖ режимами [17,33], обозначенную пунктирной линией $\sqrt{B - B_{c0}}$ [6]. Ромбы — максимумы T_M функции C/T [160], приведенной на Рис. 19. Штрих-пунктирная линия задана функцией $T_M \propto a(B-B_{c0})$, a — подгоночный параметр, (см. формулу (107)). Треугольники вдоль сплошной линии показывают точки перегиба T_{inf} функции LMR [17, 33], показанной на Рис. 23. Сплошная линия — функция $T_{inf} \propto b(B - B_{c0})$, b подгоночный параметр, см. формулу (108).

и транспортные функции в широкой области изменения нормированной переменной y. В случае $YbRh_2Si_2$ эти функции обнаруживают скейлинговое поведение при изменении y на три порядка.

9.5. Электрическое сопротивление металлов с тяжелыми фермионами

Электрическое сопротивление сильнокоррелированных ферми-систем, $\rho(T) = \rho_0 + \Delta\rho_1(B,T)$, определяется эффективной массой, поскольку выполняется отношение Кадоваки-Вудса, $\Delta\rho_1(B,T) = A(B,T)T^2 \propto (M^*(B,T)T)^2$, (см. подраздел 9.4.3 и [135–137]). Температурная зависимость эффективной массы проявляется в измерениях сопротивления ТФ металлов: при температурах $T \ll T^*(B)$ система находится в ЛФЖ состоянии, и поведение эффективной массы при $x \to x_{FC}$, описывается уравнением (94), поэтому коэффициент $A(B)$ может быть представлен в виде

$$A(B) \propto \frac{1}{(B - B_{c0})^{4/3}}. \tag{112}$$

В этом режиме сопротивление ведет себя как $\Delta\rho_1 = c_1 T^2/(B - B_{c0})^{4/3} \propto T^2$. Второй режим, высококоррелированная электронная жидкость, определяемая уравнением (99), характеризуется сопротивлением $\Delta\rho_1 = c_2 T^2/(T^{2/3})^2 \propto T^{2/3}$. Третий режим, при $T > T^*(B)$ определяется уравнением (101). В этом случае мы имеем $\Delta\rho_1 = c_3 T^2/(T^{1/2})^2 \propto T$. Если система находится над квантовой критической линией, как показано на Рис. 8, зависимость эффективной массы от температуры задается уравнением (32), поэтому получаем из уравнения (104), что затухание квазичастиц $\gamma(T) \propto T$ [49]. В результате мы видим, что зависимость сопротивления от температуры имеет вид $\Delta\rho_1 = c_4 T$ [138]. Здесь c_1, c_2, c_3 и c_4 — константы. Если система находится в переходном режиме, как показано стрелкой на Рис. 17, зависимость эффективной массы от температуры не может быть описана каким-либо одним показателем, как это ясно видно из вставки в Рис. 17 **a**. Таким образом, $\Delta\rho_1 \propto T^{\alpha_R}$ где $1 < \alpha_R < 2$. Отметим, что все температурные закономерности, соответствующие рассмотренным режимам, наблюдались в экспериментах с такими металлами с ТФ, как $CeCoIn_5$, $YbRh_2Si_2$ и YbAgGe [15, 29, 150, 152, 167].

9.6. Магнитная восприимчивость и намагниченность $CeRu_2Si_2$

Экспериментальное изучение магнитных свойств $CeRu_2Si_2$ вплоть до самых низких температур (до 170 μK) и сверхмалых магнитных полей (до 0.21 mT) не выявило ни магнитного упорядочения и сверхпроводимости, ни стандартного ЛФЖ поведения [88]. Эти результаты показали, что магнитная квантовая критическая точка в $CeRu_2Si_2$ отсутствует, а критическое поле $B_{c0} = 0$. Если бы даже такая критическая точка существовала, она должна была бы поддерживать НФЖ поведение в диапазоне температур протяженность в четыре порядка. Такое сильное влияние вряд ли возможно в рамках стандартных квантовых фазовых переходов.

Зависимость нормированной AC восприимчивости $\chi(B,T)$ от нормированной температуры в логарифмическом масштабе при различных значениях магнитного поля B представлена на левой панели Рис. 25. На правой панели этого рисунка представлена нормированная статическая намагниченность $M_B(B,T)$ (DC восприимчивость) в том же самом нормированном интервале температур. Температура нормирована на T_M (на температуру, при которой восприимчивость достигает своего максимального значения), восприимчивость нормирована на максимальное значение $\chi(B,T_M)$, а намагниченность нормирована на $M_B(B, T \to 0)$, для каждого значения индукции магнитного поля [88]. Если использовать (109) и определение восприимчивости (110), можно заключить, что восприимчивость

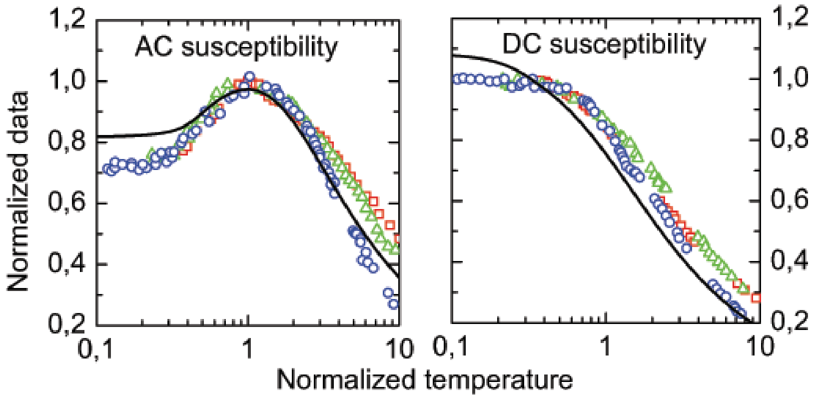

Рис. 25: Нормированная магнитная восприимчивость $\chi(B,T)/\chi(B,T_M)$ (левая панель) и нормированная намагниченность $M_B(B,T)/M_B(B,T_M)$ (DC восприимчивость, правая панель) для $CeRu_2Si_2$ при магнитных полях 0.20 mT (квадраты), 0.39 mT (треугольники), и 0.94 mT (окружности) как функции нормированной температуры T/T_M [88]. Сплошные линии изображают вычисленное скейлинговое поведение [50], как описано в подразделе 9.3.1.

и намагниченность также демонстрируют скейлинговое поведение и могут быть описаны универсальной функцией (105) одной переменной y, если они нормированы соответствующим образом, как описано выше. Из Рис. 25 видно, что при небольших индукциях магнитного поля B, кривые, описывающие $\chi(B,T)/\chi(B,T_M)$, имеют максимум при некоторой температуре T_M, в то время как $M_B(B,T)/M_B(B,T_M)$ не имеет такого пика [47, 50, 156]. Такое поведение хорошо согласуется с результатами экспериментов в $CeRu_2Si_2$ [88]. Отметим, что это поведение восприимчивости не типично для обычных металлов и не может быть объяснено в рамках теорий, которые учитывают только обычные квантовые фазовые переходы [88].

Для проверки уравнения (101) и иллюстрации перехода от ЛФЖ поведения к НФЖ поведению, используем измерения $\chi_{AC}(T)$ в $CeRu_2Si_2$ при магнитном поле $B = 0.02$ mT, при котором этот ТФ металл демонстрирует НФЖ поведение вплоть до самых низких температур [88]. Действительно, в этом случае можно ожидать, что ЛФЖ режим начнется при температурах меньших, чем $T_M \sim \mu_B B \sim 0.01$ mK, как это следует из уравнения (107). Из Рис. 26 видно, что уравнение (101) дает хорошее описание данных экспериментов в чрезвычайно широком диапазоне изменения температур: восприимчивость χ_{AC} не постоянна, как это должно быть для Ландау ферми-жидкости, а расходится как $1/\sqrt{T}$ при изменении температуры на четыре порядка. На вставке на Рис. 26 показана M^*_N, извлеченную из измерений $\chi_{AC}(T)$ при различных магнитных полях, ясно видно отличие от ЛФЖ поведения при $T_N < 1$ и НФЖ поведение при $T_N > 1$, когда система движется вдоль вертикальной стрелки, показанной на Рис. 17. Из Рисунков 25 и 26 видно, что функция (105) обеспечивает хорошую аппроксимацию для M^*_N в рамках расширенной парадигмы. В подразделе 9.4 было показано, что аналогичный результат был справедлив для $YbRh_2Si_2$ с AF квантовой критической точкой. Можно заключить, что оба сплава $CeRu_2Si_2$ и $YbRh_2Si_2$ демонстрируют универсальное НФЖ термодинамическое поведение, не зависящее от таких особенностей ТФ металлов, как структура кристаллической решетки, химический состав и магнитная структура основного состояния. Этот вывод подразумевает также, что многочисленные ККТ, связанные с соответствующими квантовыми фазовыми переходами, которые, как предполагается, ответственны за НФЖ поведение различных ТФ металлов, могут быть вполне сведены к единственной ККТ, связанной с ФККФП и рассматриваемой в рамках расширенной парадигмы квазичастиц [159].

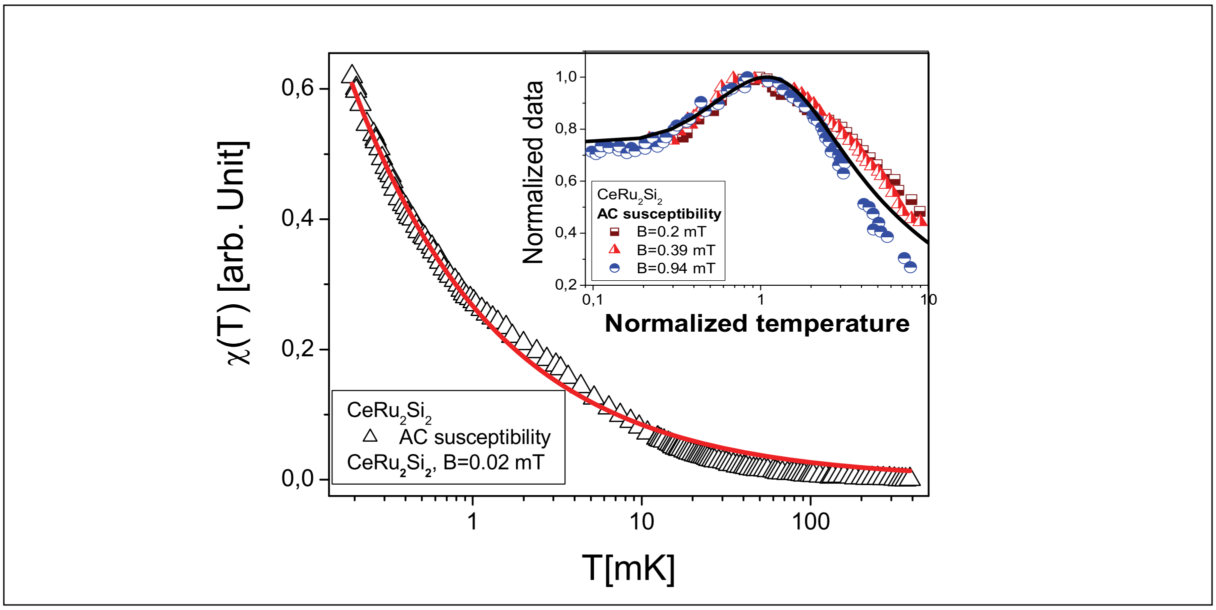

Рис. 26: Температурная зависимость AC восприимчивости χ_{AC} для $\mathrm{CeRu_2Si_2}$. Сплошная линия — аппроксимация эксперимента при $B = 0.02$ mT [88], задана уравнением $\chi(T) = a/\sqrt{T}$, см. (101), где a — подгоночный параметр. На вставке показана нормированная эффективная масса как функция нормированной температуры T_N, извлеченная из χ_{AC}, измеренной в различных магнитных полях, указанных на вставке [88]. Сплошная линия соответствует универсальному поведению $M^*_N(T_N)$, определяемому уравнением (105), c_1 и c_2 - подгоночные параметры.

9.7. Поперечное магнетосопротивление в металле $\mathrm{CeCoIn_5}$

Теоретическое изучение как продольного (ПМС), так и поперечного (трансверсального) магнетосопротивлений (МС) показывает, что они, как и термодинамические характеристикам — магнитная восприимчивость, теплоемкость и др., управляются скейлинговым поведением эффективной массы квазичастиц. Как будет показано, переход от отрицательных к положительным МС происходит при увеличении температуры и постоянном магнитном поле, когда система переходит от ЛФЖ поведения к НФЖ поведению и может быть хорошо описана этими скейлинговыми свойствами.

По определению МС задается выражением

$$\rho_{mr}(B,T) = \frac{\rho(B,T) - \rho(0,T)}{\rho(0,T).} \tag{113}$$

Применим уравнение (113) для изучения МС сильнокоррелированной электронной жидкости как функции температуры T и магнитного поля B. Сопротивление $\rho(B,T)$ имеет вид

$$\rho(B,T) = \rho_0 + \Delta\rho(B,T) + \Delta\rho_L(B,T), \tag{114}$$

где ρ_0 — остаточное сопротивление, $\Delta\rho = c_1AT^2$, c_1 — константа. Классический вклад $\Delta\rho_L(B,T)$ в МС из-за орбитального движения носителей заряда под действием силы Лоренца можно рассматривать в приближении слабого поля на основе хорошо известного правила Колера [161]

$$\frac{\Delta\rho_{mr}(B)}{\rho(0,T)} \simeq \lambda_\perp \left(\frac{B\rho(0,\Theta_D)}{B_0\rho(0,T)}\right)^2,$$

где Θ_D — температура Дебая, B_0 — характеристическое поле и $\lambda_\perp$ — константа. Отметим, что приближение слабого поля подразумевает, что $\Delta\rho_{mr}(B) \ll \rho(0,T) \equiv \rho(T)$.

Для вычисления A опять воспользуемся величинами $\gamma_0 = C/T \propto M^*$ и/или $\chi \propto M^*$, а также тем фактом, что отношение Кадоваки-Вудса сохраняется, $K = A/\gamma_0^2 \propto A/\chi^2 = const$. В результате получаем, что $A \propto (M^*)^2$, поэтому $\Delta\rho(B,T) = c(M^*(B,T))^2T^2$, где c — константа. Предположим, что температура не слишком низка, $\rho_0 \leq \Delta\rho(B=0,T)$, и $B \geq B_{c0}$. Подставляя уравнение (114) в (113), находим, что [162]

$$\rho_{mr} \simeq \frac{\rho_0 + \Delta\rho_L(B,T)}{\rho(0,T)} + cT^2\frac{(M^*(B,T))^2 - (M^*(0,T))^2}{\rho(0,T)}. \tag{115}$$

Рассмотрим качественное поведение магнетосопротивления, определяемое уравнением (115) как функцию B при некоторой температуре $T = T_0$. В слабых магнитных полях, когда $T_0 > T_1(B) \propto B$, основной вклад в магнетосопротивление дает слагаемое $\Delta\rho_{mr}(B)$, так как эффективная масса не зависит от магнитного поля. Поэтому отношение $|M^*(B,T) - M^*(0,T)|/M^*(0,T) \ll 1$ и главный вклад дается $\Delta\rho_{mr}(B)$. В результате магнетосопротивление есть возрастающая функция B. Когда величина поля B становится настолько большой, что $T_1(B) \sim T_0$, разность $(M^*(B,T) - M^*(0,T))$ оказывается отрицательной, и магнетосопротивление как функция B достигает своей максимальной величины при $T_1(B) \sim T_0$. При увеличении B, когда $T_1(B) > T_0$, эффективная масса $M^*(B,T)$ — убывающая функция магнитного поля, как следует из (106), и МС как функция B достигает своего максимального значения при $T^*(B) \sim T_N(B) \sim T_0$. При дальнейшем росте B, когда $T_M(B) > T_0$, магнетосопротивление становится отрицательным, являясь убывающей функцией B. Поскольку при уменьшении B

$$\frac{(M^*(B,T) - M^*(0,T))}{M^*(0,T)} \to -1, \tag{116}$$

магнетосопротивление, будучи убывающей функцией B, может стать отрицательным.

Рассмотрим теперь магнетосопротивление как функцию T при некотором значении поля B_0. При низких температурах $T \ll T_1(B_0)$, $M^*(B_0)/M^*(T) \ll 1$, как это следует из уравнений (105) и (94), $M^*(B_0,T)/M^*(0,T) \ll 1$, и из уравнения (116) видно, что $\rho_{mr}(B_0,T) \sim -1$, потому что $\Delta\rho_L(B_0,T)/\rho(0,T) \ll 1$. Отметим, что величина B_0 должна быть достаточно большой, чтобы гарантировать неравенство $M^*(B_0,T)/M^*(0,T) \ll 1$. С ростом температуры магнетосопротивление возрастает, оставаясь отрицательным. При $T \simeq T_1(B_0)$, магнетосопротивление приблизительно равно нулю, потому что в этой точке эффективная масса $M^*(B_0) \simeq M^*(T)$, и $\rho(B_0,T) \simeq \rho(0,T)$. Можно заключить, что изменение сопротивления $\rho(T)$ от T^2-зависимости к T-зависимости проявляется в переходе от отрицательного к положительному магнетосопротивлению. Можно также утверждать, что этот переход происходит, когда система переходит из ЛФЖ режима в НФЖ режим. При $T \geq T_1(B_0)$ основной вклад в магнетосопротивление дает $\Delta\rho_{mr}(B_0)$, и магнетосопротивление достигает максимума. При $T_1(B_0) \ll T$ магнетосопротивление является убывающей функцией температуры, потому что

$$\frac{|M^*(B,T) - M^*(0,T)|}{M^*(0,T)} \ll 1, \tag{117}$$

Обратимся к количественному анализу МС [162]. Как было упомянуто ранее, мы можем обоснованно предположить, что классический вклад $\Delta\rho_L(B,T)$ в МС мал по сравнению с $\Delta\rho(B,T)$. Пренебрежение $\Delta\rho_L(B,T)$ позволит сделать наш анализ и его следствия понятными и простыми, поскольку поведение $\Delta\rho_L(B_0,T)$ неизвестно в случае ТФ металлов. Рассмотрим $R^\rho = \rho(B,T)/\rho(0,T)$ и предположим на время, что остаточное сопротивление ρ_0 мало по-сравнению с зависящими от температуры слагаемыми. Учитывая уравнение (114) и $\rho(0,T) \propto T$, получаем из уравнения (115), что

$$R^\rho = \rho_{mr} + 1 = \frac{\rho(B,T)}{\rho(0,T)} \propto T(M^*(B,T))^2, \tag{118}$$

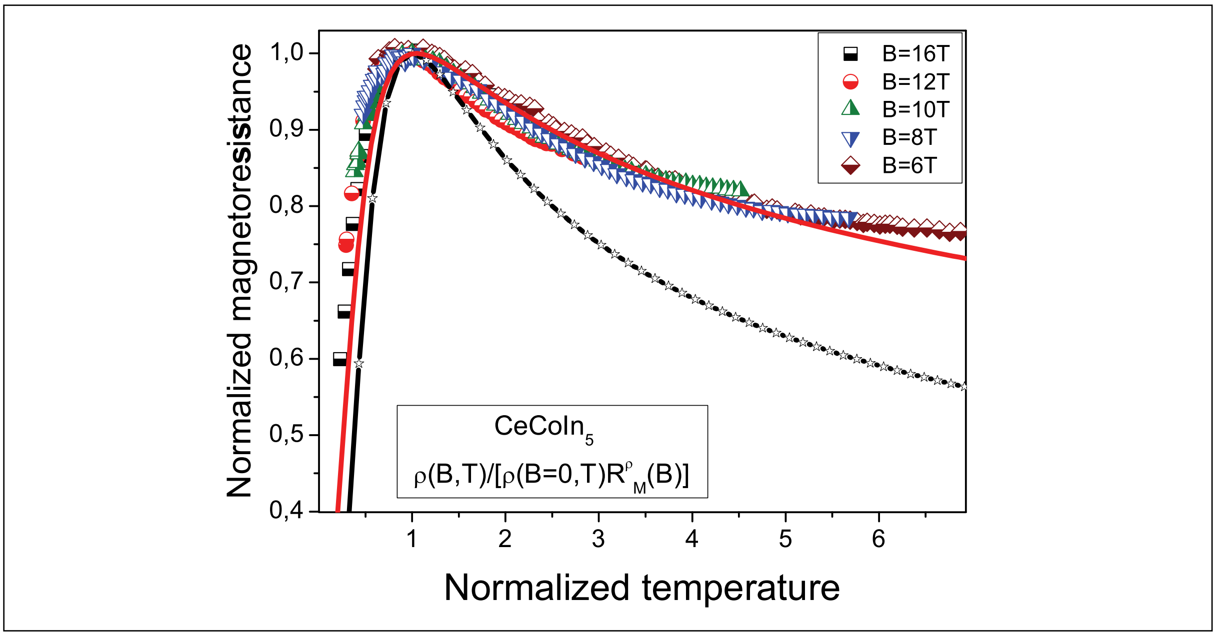

Рис. 27: Нормированное магнетосопротивление $R_N^\rho(y)$ как функция нормированной температуры $y = T/T_{\rm Rm}$. $R_N^\rho(y)$ извлечено из измерений, показанных на Рис. 29, на $\rm CeCoIn_5$ при постоянных магнитных полях B [167], величины которых приведены в правом верхнем углу. Кривая, помеченная звездами, представляет вычисления с использованием формул (105) и (119) с параметрами, полученными для AC восприимчивости $\rm CeRu_2Si_2$ (см. подпись к Рис. 26). Сплошная линия — вычисления с использованием формул (120) и (119); только один параметр использовался для подгонки, а два других были взяты из измерений AC восприимчивости на $\rm CeRu_2Si_2$.

и, как следствие, из уравнений (105) и (118), что отношение R^ρ достигает своей максимальной величины R_M^ρ при некоторой температуре $T_{\rm Rm} \sim T_M$. Если это отношение измерять в единицах его максимальной величины R_M^ρ, а T измерять в единицах $T_{\rm Rm} \sim T_M$, тогда из уравнений (105) и (118) следует, что нормированное МС

$$R_N^\rho(y) = \frac{R^\rho(B,T)}{R_M^\rho(B)} \simeq y(M_N^*(y))^2 \qquad (119)$$

становится функцией только одной переменной $y = T/T_{\rm Rm}$. Для проверки уравнения (119) используем МС, полученное в измерениях на $\rm CeCoIn_5$, см. Рис. 1(b) в работе [167], результат представлен на Рис. 27. Видно, что нормированное магнетосопротивление R_N^ρ обладает скейлинговым поведением, хорошо описываемым уравнением (119). Полученное скейлинговое поведение из экспериментальных данных указывает, что МС преимущественно определяется эффективной массой $M^*(B,T)$.

Вычислим $R_N^\rho(y)$, задаваемое уравнением (119). Для этого используем уравнение (105) для задания $M_N^*(y)$, подставляем параметры c_1 и c_2 из измерений магнитной AC восприимчивости χ на $\rm CeRu_2Si_2$ [88] и применяем уравнение (119) для вычисления R_N^ρ. Видно, что результаты вычислений, показанные кривой со звездами на Рис. 27, начинает отклоняться от эксперимента при увеличении температуры. Для улучшения согласия используем выражение (101), описывающее поведение эффективной массы при высоких температурах и добавляем соответствующий член в выражение (105)

$$M_N^*(y) \approx \frac{M^*(x)}{M_M^*}\left[\frac{1+c_1y^2}{1+c_2y^{8/3}} + c_3\frac{\exp(-1/y)}{\sqrt{y}}\right], \qquad (120)$$

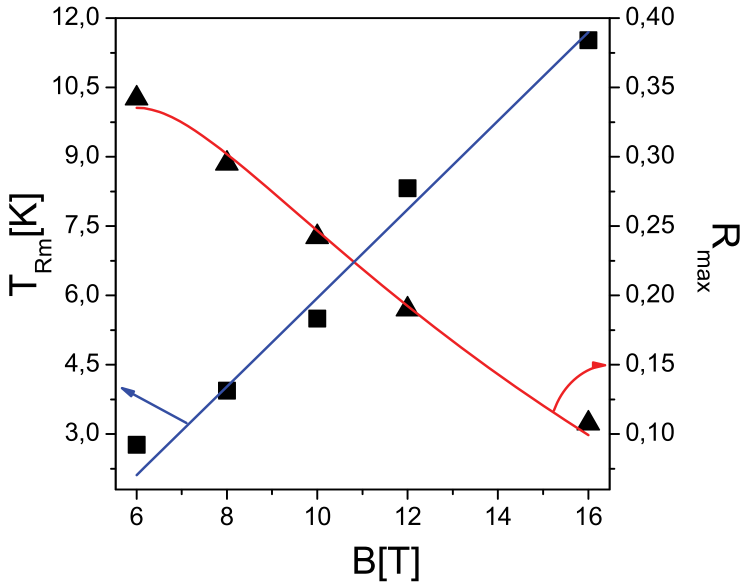

Рис. 28: Полученные из измерений МС [167] максимальные значения $R_{\max}$ (треугольники) и соответствующие им температуры $T_{\rm Rm}$ (квадраты) как функции магнитного поля B. Сплошные линии представляют вычисления с использованием (121) и (122).

где c_3 — параметр. Последнее слагаемое в правой части уравнения (120) позволяет M^*_N удовлетворять уравнению (101) при температурах $T/T_M > 2$. На Рис. 27 подгонка $R^\rho_N(y)$ с помощью уравнения (120) показана сплошной линии. Константа c_3 используется как подгоночный параметр, а другие были взяты из данных для магнитной восприимчивости $\mathrm{CeRu_2Si_2}$, см. подпись к Рис. 26.

Прежде чем переходить к обсуждению магнетосопротивления $\rho_{mr}(B,T)$, заданного (113), рассмотрим зависимости от поля максимального значения МС $R_{\max}(B)$ и соответствующей ему температуры $T_{\rm Rm}(B)$. Используем уравнение (118), устанавливающее связь между положением и величиной максимума МС с функцией $M^*(B,T)$. Поскольку $\Delta\rho_L$ и ρ_0 были опущены, $T_{\rm Rm} \propto \mu_B(B-B_{c0})$, и B входит в уравнение (118) как единственный управляющий параметр ККТ. При $B\to B_{c0}$ и $T \ll T_{\rm Rm}(B)$, $\Delta\rho_L$ и ρ_0 становятся соизмеримыми с $\Delta\rho(B,T)$, и $R_{\max}(B)$ и $T_{\rm Rm}(B)$ не характеризуются каким-либо критическим полем B_{c0}, в отличие от эффективной массы $M^*(B,T)$, максимум которой стремится в бесконечность, а его температура стремится к нулю при B_{c0}, как видно из уравнений (106) и (107). Чтобы учесть $\Delta\rho_L(B,T)$ и ρ_0, которые препятствуют $T_{\rm Rm}(B)$ обратиться в нуль и делают $R_{\max}(B)$ конечным при $B\to B_{c0}$, заменим B_{c0} эффективным полем $B_{eff} < B_{c0}$ и используем B_{eff} в качестве параметра, который будет имитировать вклад, связанный с $\Delta\rho_L(B,T)$ и ρ_0. В результате (118) приобретает вид:

$$T_{\rm Rm}(B) \simeq b_1(B-B_{eff}), \tag{121}$$

$$R_{\max}(B) \simeq \frac{b_2(B-B_{eff})^{-1/3}-1}{b_3(B-B_{eff})^{-1}+1}. \tag{122}$$

Здесь b_1, b_2, b_3 и B_{eff} — подгоночные параметры. Необходимо отметить, что при выводе (122) было использовано уравнение (121), что заменить T на $(B-B_{eff})$. Поэтому уравнения (121) и (122) не справедливы при $B \lesssim B_{c0}$. На Рис. 28 представлена зависимости от поля $T_{\rm Rm}$ и $R_{\max}$, извлеченные из измерений МС [167]. Видно, что обе функции хорошо описываются уравнениями (121) и (122) с подстановкой B_{eff} =3.8 Т. Отметим, что эта величина B_{eff} находится в хорошем согласии с ее значением, полученным из фазовой $T-B$

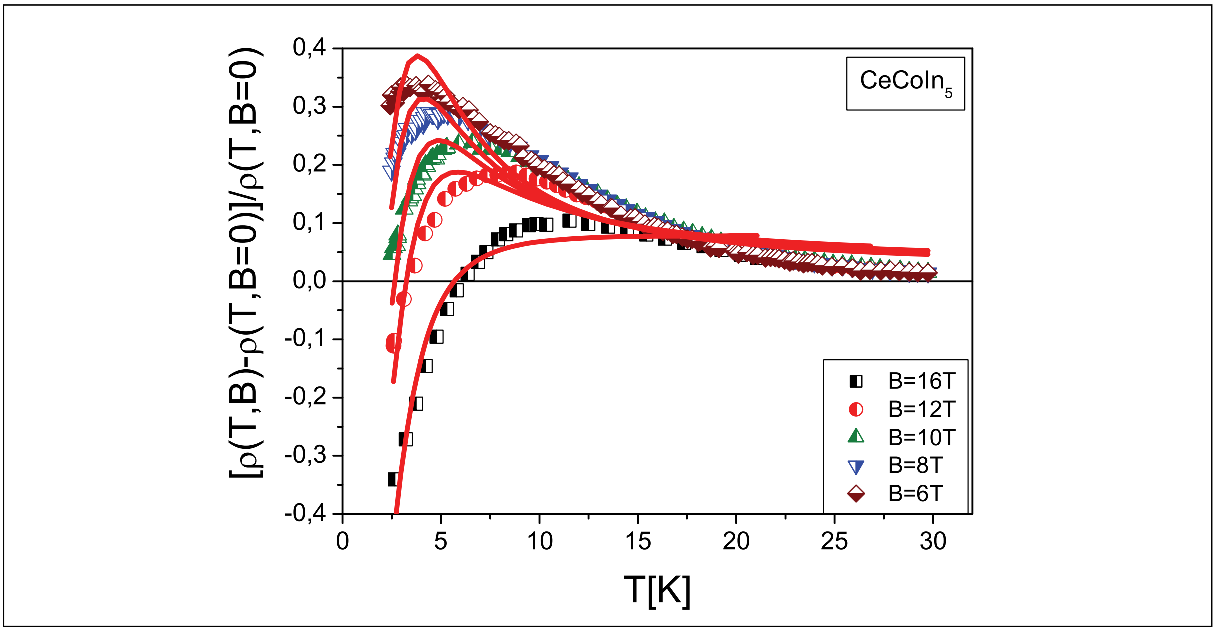

Рис. 29: МС как функция температуры T при различных магнитных полях B. Экспериментальные данные взяты из [167], значения B приведены в правом нижнем углу рисунка. Сплошные линии — вычисления. Эффективная масса, входящая в уравнение (119), задана (105), параметры c_1 и c_2 взяты из измерений восприимчивости на $CeRu_2Si_2$.

диаграммы для $CeCoIn_5$, см. положения максимумов МС, показанных кружками на Рис. 3 в [167].

Вычисления $\rho_{mr}(B,T)$ показаны на Рис. 29. Для описания универсального поведения использовалось уравнение (119), уравнение (105) задавало эффективную массу с параметрами c_1 и c_2 из измерений восприимчивости на $CeRu_2Si_2$. Уравнения (121) и (122) — для задания положения максимумов МС, вклад от $\Delta\rho_L(B,T)$ и ρ_0 был опущен. Как видно из Рис. 29, достигнуто хорошее описание МС.

9.8. Восстановление ферми-жидкостного поведения при наложении магнитного поля и спин-решеточная релаксация в $YbCu_{5-x}Au_x$

Одно из наиболее интересных явлений в исследованиях ТФ металлов являются аномальная динамика и релаксационные свойства. Изучая релаксационные свойства, можно установить продолжают ли существовать квазичастицы с эффективной массой $M^*(B,T)$, определяют ли они физические свойства мюонной и ^{63}Cu ядерной спин-решеточной релаксации $1/T_1$ в ТФ металлах, и на сколько применима общая фазовая диаграмма 17 при описании этих свойств. Измерения мюонной и ^{63}Cu ядерной спин-решеточной релаксации $1/T_1$ в $YbCu_{4.4}Au_{0.6}$ показали, что эти релаксационные свойства существенно отличаются от наблюдаемых в ЛФЖ, где справедлив закон Корринги [163]. Оказалось, что при $T \to 0$ обратное время релаксации расходится как $1/T_1T \propto T^{-4/3}$ и следует поведению, предсказанному самосогласованной перенормируемой теорией (SCR) [164]. Статическая однородная восприимчивость χ расходится как $\chi \propto T^{-2/3}$, поэтому $1/T_1T$ изменяется как χ^2. Последний результат уже не соответствует теории SCR [163]. Более того, наложение магнитного поля B восстанавливает ЛФЖ поведение из первоначального НФЖ поведения, существенно уменьшая $1/T_1$. Такие экспериментальные открытия вряд ли могут быть объяснены как в рамках традиционной теории ЛФЖ, так и в рамках других подходов, например, как теория SCR [163, 164].

В этом подразделе мы покажем, что наблюдаемое поведение, включая и восстановление ЛФЖ поведения при наложении магнитного поля, определяются зависимостью эффективной массы квазичастиц от магнитного поля B и температуры T. Нарушение закона Корринги также является следствием свойств $M^*(B,T)$. Теоретический анализ, основанный на теории ФККФП, позволяет не только объяснить оба упомянутых выше экспериментальных факта с единых позиций, но также выявить их универсальные характеристики, проявляющиеся в свойствах других металлов с ТФ. В частности, будет установлена связь релаксационных свойств со свойствами продольного магнетосопротивления и теплоемкости для $\mathrm{YbRh_2Si_2}$.

В теории ЛФЖ спин-решеточная релаксации $1/T_1$ определяется квазичастицами вблизи ферми-поверхности. Рассматриваемая релаксации связана со скоростью затухания квазичастиц, которая пропорциональна плотности состояний на ферми-поверхности $N(E_F)$. Спин-решеточная релаксации определяется мнимой частью χ'' низко-частотной динамической магнитной восприимчивости $\chi(\mathbf{q},\omega\to 0)$, усредненной по импульсам $\mathbf{q}$

$$\frac{1}{T_1}=\frac{3T}{4\mu_B^2}\sum_{\mathbf{q}}A_{\mathbf{q}}A_{-\mathbf{q}}\frac{\chi''(\mathbf{q},\omega)}{\omega}, \tag{123}$$

где $A_{\mathbf{q}}$ — сверхтонкая константа спаривания мюона (или ядра) со спиновым возбуждением волнового вектора равным $\mathbf{q}$ [164]. Если $A_{\mathbf{q}}\equiv A_0$ не зависит от q, тогда из стандартной теории ЛФЖ следует выражение

$$\frac{1}{T_1T}=\pi A_0^2N^2(E_F). \tag{124}$$

Равенство (124) может рассматриваться как закон Корринги. Физические свойства рассматриваемой системы определяются эффективной массой $M^*(T,B,x)$, запишем $1/T_1T$ в уравнении (124) через $M^*(T,B,x)$. Используя стандартное выражение [20] $N(E_F)=M^*p_F/\pi^2$, придем к уравнению (124) следующую форму

$$\frac{1}{T_1T}=\frac{A_0^2p_F^2}{\pi^3}M^{*2}\equiv\eta\left[M^*(T,B,x)\right]^2, \tag{125}$$

где $\eta=(A_0^2p_F^2)/\pi^3=$ константа. Эмпирическое выражение

$$\frac{1}{T_1T}\propto\chi^2(T), \tag{126}$$

полученное из экспериментальных данных для $\mathrm{YbCu_{5-x}Au_x}$ [163], следует явно из уравнения (125) и хорошо известного соотношения теории ЛФЖ $M^*\propto\chi\propto C/T$.

Вычислим эффективную массу, как это делалось в подразделе 9.3.1, и используем уравнение (105) для оценки полученных величин [165]. Затухание, задаваемое, (99) и (125), позволяет записать релаксацию в этой температурной области в виде

$$\frac{1}{T_1T}=a_1+a_2T^{-4/3}\propto\chi^2(T), \tag{127}$$

где a_1 и a_2 — подгоночные параметры. Зависимость (127) представлена на Рис. 30 вместе с экспериментальными точками для мюонной и ядерной спин-решеточной релаксации для $\mathrm{YbCu_{4.4}Au_{0.6}}$ без магнитного поля [163]. Из Рис. 30 видно, что уравнение (127) дает хорошее описание экспериментальных данных в широком интервале изменения температур. Следовательно, расширенная парадигма справедлива, квазичастицы выживают и в малой окрестности ФККФП, а наблюдаемое нарушение закона Корринги связано с зависимостью эффективной массы от температуры.

На Рис. 31 показана зависимость от магнитного поля нормированной мюонной спин-решеточной релаксации $1/T_{1N}^{\mu}$ для $\mathrm{YbCu_{5-x}Au_x}$ (x=0.6) вместе с результатами расчетов.

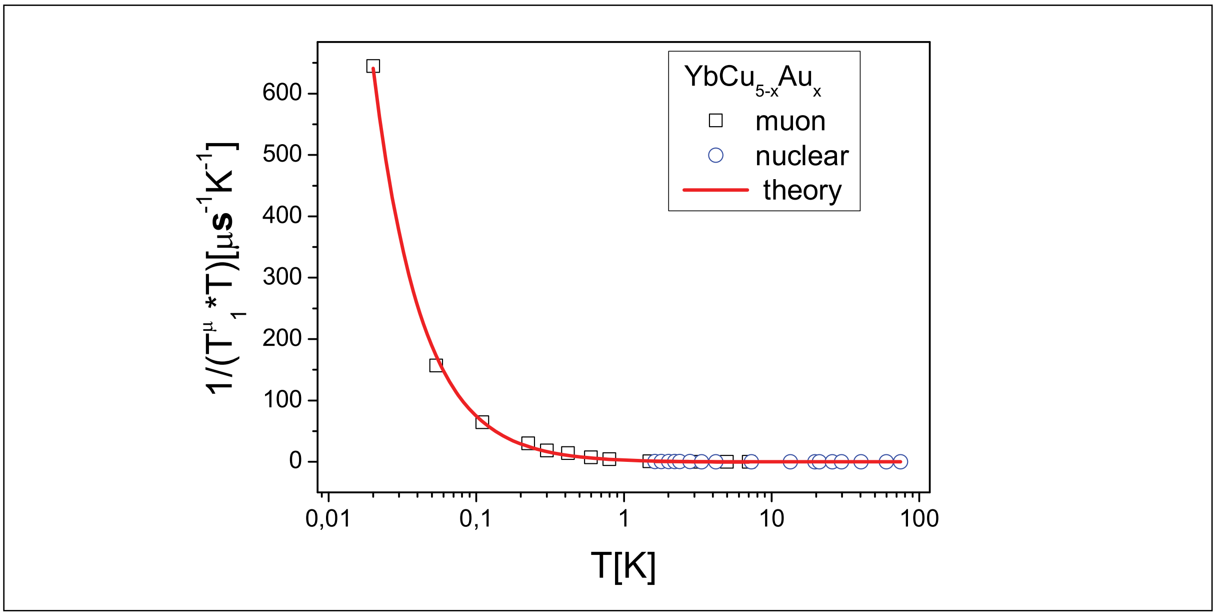

Рис. 30: Деленная на температуру мюонная (квадраты) и ядерная (окружности) спин-решеточная релаксация для $YbCu_{4.4}Au_{0.6}$ при нулевом магнитном поле [163]. Сплошная линия — вычисления с использованием выражения (127).

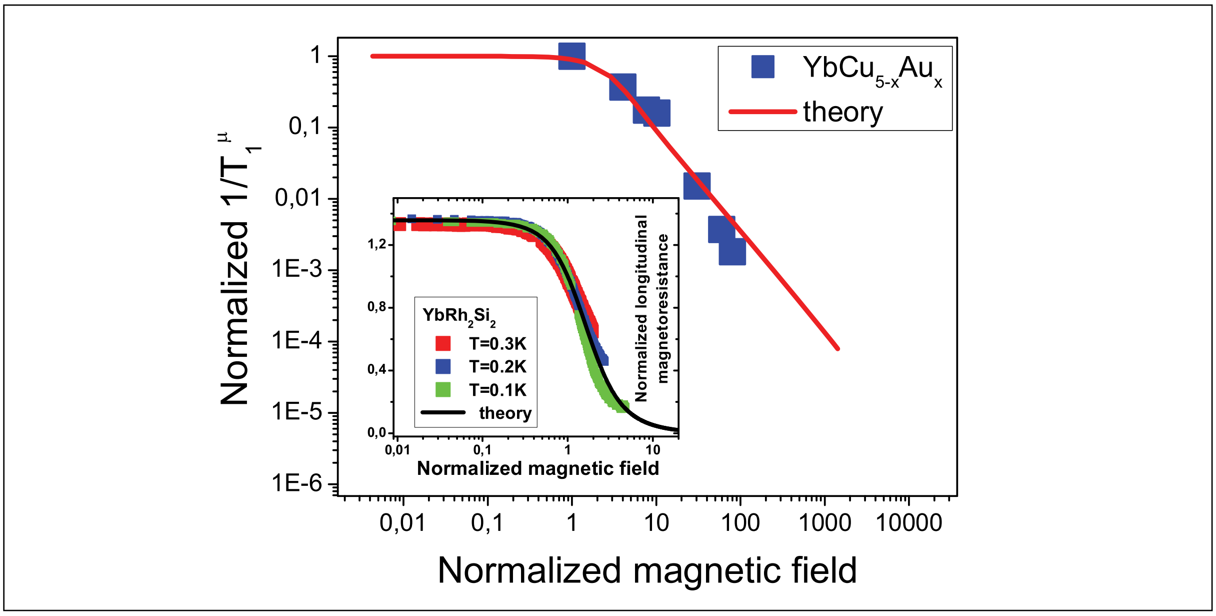

Рис. 31: Зависимость от магнитного поля нормированной на значение в точке перегиба мюонной спин-решеточной релаксации $1/T^{\mu}_{1N}$, полученной из измерений [163] для $YbCu_{4.4}Au_{0.6}$. На вставке приведено нормированное ПМС $R^{\rho}_{N}(y)$ как функция нормированного магнитного поля. $R^{\rho}_{N}(y)$ было получено из ПМС для $YbRh_2Si_2$ при различных температурах [17], значения которых приведены в на вставке. Сплошные линии на рисунке и вставке — вычисления.

В расчетах использовалось выражение (125) и решение интегрального уравнения Ландау для определения массы $M^*(T,B)$, см. подраздел 9.3.1. Нормированная эффективная масса $M^*_N(T,B)$ получена нормировкой $M^*(T,B)$ на ее значения в точке перегиба, указанной на вставке в Рис. 17.

Сравним продольное магнетосопротивление (ПМС), рассмотренное в подразделе 9.4.3, и магнитную зависимость мюонной спин-решеточной релаксации $1/T^{\mu}_{1}$. ПМС $\rho(B,T) =$

$\rho_0 + \rho_B + A(B,T)T^2$ является функцией B при постоянной T, где ρ_0 — остаточное сопротивление, ρ_B — вклад в ПМС, связанный с орбитальным движением носителей заряда под действием силы Лоренца, и A — коэффициент. Как было показано в подразделе 9.4.3, ρ_B мало, а отношение Кадоваки-Вудса позволяет использовать M^* для вычисления $A(B,T)$. В результате, $\rho(B,T) - \rho_0 \propto (M^*)^2$, и $1/T_{1N}^{\mu} \propto (M^*)^2$, как следует из уравнения (125). Таким образом, нормированные ПМС и $1/T_{1N}^{\mu}$ могут быть получены из одного уравнения

$$R_N^{\rho}(y) = \frac{\rho(y) - \rho_0}{\rho_{\rm inf}} = \frac{1}{T_{1N}^{\mu}} = (M_N^*(y))^2. \tag{128}$$

На вставке к Рис. 31 показано нормированное ПМС как функция $y = B/B_{\rm inf}$ при различных температурах. Здесь $\rho_{\rm inf}$ и $B_{\rm inf}$ значения ПМС и магнитного поля, взятые в точке перегиба. Точки перегиба на графиках ПМС и $1/T_{1N}$ связаны с точкой перегиба M^*, показанной на вставке рисунка 17 **а** стрелкой. Переходная область, в которой ПМС начинает уменьшаться, показана на вставке и основном рисунке штриховкой; в данном случае система пересекает переходную область вдоль штрих-пунктирной стрелки. Отметим, что та же самая нормированная эффективная масса была использована при вычислении как $1/T_{1N}^{\mu}$ для $\mathrm{YbCu_{4.4}Au_{0.6}}$, так и для нормированного ПМС для $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. Таким образом уравнение (128), устанавливая связь между совершенно различными динамическими свойствами разных металлов с ТФ, выявляет справедливость расширенной парадигмы квазичастиц.

Из рисунка 31 и рисунков подраздела 9.4, видно, что одна и та же эффективная масса определяет хорошее описание таких различных свойств, как затухание $(1/T_1T)$, транспорт — ПМС, и термодинамика — C, χ, M. Причем измерения были сделаны на различных ТФ металлах $\mathrm{YbCu_{5-x}Au_x}$ и $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. Уместно еще раз отметить, что полученное хорошее описание ясно указывает на работоспособность расширенной парадигмы квазичастиц. Вместе с тем, нет никаких оснований ожидать аналогичного описания различных свойств различных металлов с ТФ в моделях с резонансами Кондо или моделях, основанных на критических тепловых и квантовых флуктуациях.

9.9 Соотношение между критическими магнитными полями B_{c0} и B_{c2} в ТФ металлах и ВТСП

Недавно на ВТСП были проведены эксперименты, проливающие свет на природу ККТ. Во-первых, экспериментально продемонстрировано существование квазичастиц Боголюбова (BQ) в сверхпроводящем состоянии [95, 110, 111]. Для системы, находящейся в псевдощелевом режиме, при температурах выше критической T_c, наблюдалось спаривание электронов или образование предварительных пар электронов с d-волновой формой [110, 111]. Во-вторых, исследования нормальной ферми-жидкости, индуцированной наложением на ВТСП магнитного поля, показали, что она может быть переведена из НФЖ состояния в ЛФЖ состояние [144]. В подразделе 7.2.1 отмечено, что между критическими полями существует экспериментально установленное отношение: $B_{c2} \geq B_{c0}$, где B_{c2} — критической поле, разрушающее сверхпроводимость, а B_{c0} — критическое поле, при котором возникает квантовая магнитная точка. Покажем, что $B_{c2} \geq B_{c0}$. Отметим, что для экспериментального изучения, упомянутого выше перехода в ВТСП, требуются сильные магнитные поля $B \geq B_{c2}$. Ранее такие эксперименты были технически крайне затруднены, однако попытка экспериментального изучения этого перехода была предпринята [143].

Рассмотрим фазовую $T - B$ диаграмму ВТСП $\mathrm{Tl_2Ba_2CuO_{6+x}}$, представленную на Рис. 32. Данное соединение является сверхпроводником с T_c, изменяющейся от 15 K до 93 K в зависимости от содержания кислорода [144]. На Рис. 32 не заштрихованные квадраты и круги изображают экспериментальные величины переходной температуры из ЛФЖ в НФЖ режим [144]. Сплошная линия соответствует уравнению (100) и показывает нашу аппроксимацию, дающую $B_{c0} = 6$ T, которая находится в хорошем согласии с $B_{c0} = 5.8$ T [144].

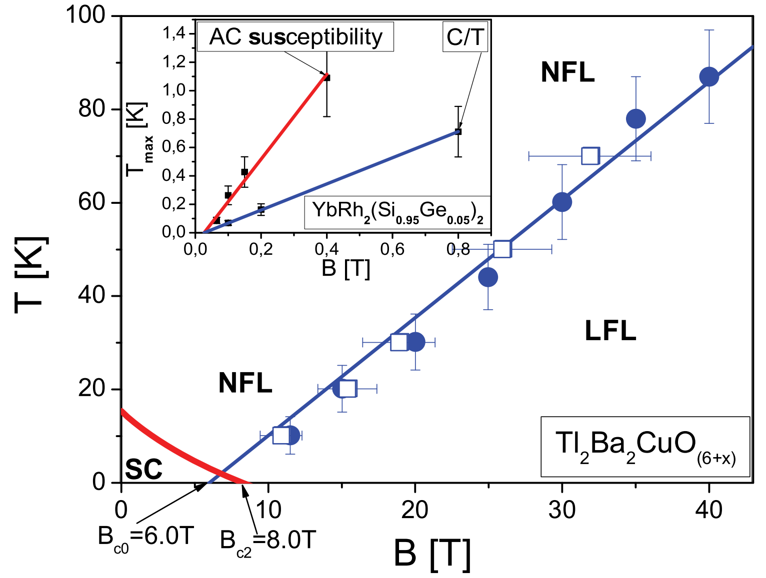

Рис. 32: $T-B$ фазовая диаграмма сверхпроводника $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$. Линия перехода из ЛФЖ в НФЖ режим $T^*(B)$ описывается уравнением (107). Не заштрихованные квадраты и круги обозначают экспериментальные величины [144]. Толстой линией показана граница между сверхпроводящей и и нормальной фазами. Стрелки в нижнем левом углу показывают критическое поле B_{c2}, разрушающее сверхпроводимость и критическое поле B_{c0}. На вставке представлены температуры максимумов $T_{\max}(B)$, полученные из измерений C/T и χ_{AC} для $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [8, 166] и аппроксимированные прямыми линиями (107), пересекающимися при $B \simeq 0.03$ T.

Как видно из Рис. 32, линейное поведение соответствует экспериментальным данным [144, 162]. Температуры максимумов $T_{\max}$, показанные на вставке в Рис. 32, соответствуют максимумам $C(T)/T$ и $\chi_{AC}(T)$, измеренным в $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [8, 166]. Из уравнения (28) видно, что $T_{\max}$ смещается в сторону больших величин при увеличении наложенного магнитного поля, и обе функции могут быть представлены в виде прямых линий, пересекающихся при $B \simeq 0.03$ T. Эти результаты хорошо согласуются с экспериментом [8, 166]. Из Рис. 32 видно, что критическое поле $B_{c2} = 8$ T, разрушающее сверхпроводимость, находится вблизи $B_{c0} = 6$ T. Покажем, что это не простое совпадение, и $B_{c2} \gtrsim B_{c0}$. Действительно, при $B > B_{c0}$ и низких температурах $T < T^*(B)$ система находится в ЛФЖ состоянии. При этом сверхпроводимость разрушается, поскольку сверхпроводящая щель экспоненциально мала, см. раздел 5.3. При $B < B_{c0}$ присутствие ФК состояния поддерживает сверхпроводящее, поскольку в этом случае сверхпроводящая щель является линейной функцией сверхпроводящей константы спаривания λ_0, как было показано в 5.3. Подчеркнем, что именно так обстоит дело с $CeCoIn_5$, когда $B_{c0} \simeq B_{c2} \simeq 5$ T [167], (как видно из Рис. 33), однако давление увеличивает разницу и $B_{c2} > B_{c0}$ [168]. Если сверхпроводящая константа спаривания достаточно мала, тогда антиферромагнитное упорядочение выигрывает конкуренцию за снятие вырождения, вызванного ФК. В результате, $B_{c2} = 0$, но B_{c0} может быть конечной, как это имеет место для $YbRh_2Si_2$ и $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [15, 166].

Сравнивая фазовые диаграммы для $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ и $CeCoIn_5$, представленные на Рис. 32 и 33 соответственно, можно заключить, что они во многом похожи. Далее можно заметить, что граница сверхпроводимости $B_{c2}(T)$ при уменьшении температуры трикритическую точку, что свидетельствует о том, что соответствующий фазовый переход становится переходом первого рода. [92, 149]. Это позволяет предположить, что аналогичные выводы

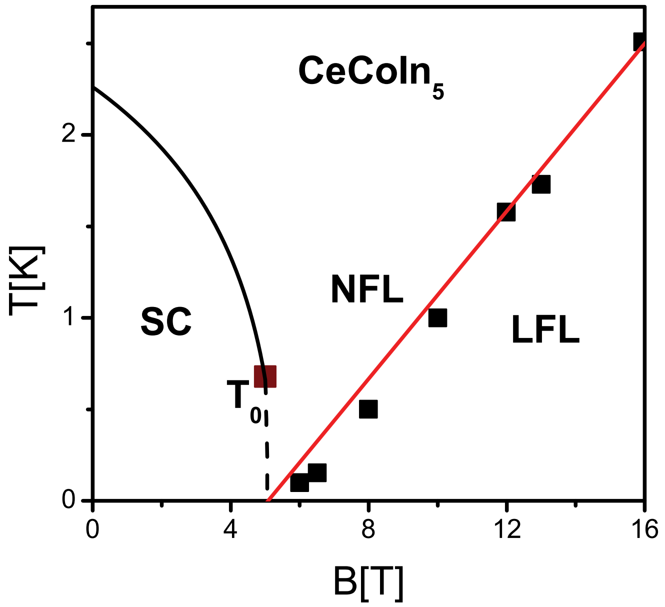

Рис. 33: $T-B$ фазовая диаграмма металла с тяжелыми фермионами $CeCoIn_5$. Граница между сверхпроводящей и нормальной фазами показана сплошной линией до квадрата, где фазовый переход второго рода становится фазовым переходом первого рода. При $T < T_0$ фазовый переход является фазовым переходом первого рода [149]. Далее граница между сверхпроводящей и нормальной фазами обозначена пунктирной линией. Сплошная прямая линия соответствует уравнению (107) для экспериментальных точек [29], изображенных квадратами и образующих границу между ЛФЖ и НФЖ состояниями.

можно сделать и для $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$. Аналогично, мы предсказываем, что в НФЖ состоянии $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ туннельная проводимость является асимметричной функцией приложенного напряжения, причем проводимость становится симметричной при наложении увеличивающегося магнитного поля, когда $Tl_2Ba_2CuO_{6+x}$ переходит в ЛФЖ состояние, как было предсказано для $CeCoIn_5$ [169].

Из уравнения (82) следует, что невозможно наблюдать относительно большие величины $A(B)$, поскольку в нашем случае $B_{c2} > B_{c0}$. Заметим, что (82) справедливо, когда сверхпроводимость разрушена наложенным магнитным полем, иначе эффективная масса, будучи определенной из уравнения (43), является конечной. Поэтому, как было отмечено выше, в высокотемпературных сверхпроводниках очень затруднены экспериментальные наблюдения квантовых критических точек, поскольку они "скрыты в сверхпроводимости". Тем не менее, благодаря экспериментальным данным [144], как показано в подразделе 7.2.1, возможно изучение ККТ в ВТСП [114].

9.10. Скейлинговое поведение ТФ ферромагнетика $CePd_{1-x}Rh_x$

ККТ может возникнуть при смещении температуры фазового ферромагнитного (ФМ) или антиферромагнитного (АФМ) перехода T_{NL} в ноль с помощью какого-либо управляющего параметра ζ, отличного от температуры, например, давления P, магнитного поля B, или легирования x, как это имеет место в случае ТФ ферромагнетика $CePd_{1-x}Rh_x$ [170, 171] или ТФ металла $CeIn_{3-x}Sn_x$ [151].

Металл с ТФ $CePd_{1-x}Rh_x$ находится в ферромагнитном состоянии при изменении x от $x = 0$ до некоторой критической концентрации x_{FC}. Используя расширенную парадигму квазичастиц и концепцию ФККФП для объяснения НФЖ поведения ферромагнетика $CePd_{1-x}Rh_x$, мы покажем, что это объяснение совпадает с предложенным для антиферромагнетиков $\mathrm{YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2}$ и $\mathrm{YbRh_2Si_2}$, а также парамагнетиков $\mathrm{CeRu_2Si_2}$ and $\mathrm{CeNi_2Ge_2}$. Следовательно, НФЖ поведение, будучи независимым от особенностей конкретного металла с ТФ, является универсальным, и многочисленные квантовые критические точки, которые, как предполагается, отвечают за НФЖ поведение разных ТФ металлов, могут быть сведены к одной, связанной с ФККФП [172, 173].

Как было показано выше, эффективная масса $M^*(T,B)$ может быть измерена, например, используя соотношения $M^*(T,B) \propto C(T)/T \propto \alpha(T)/T$ и $M^*(T,B) \propto \chi_{AC}(T)$. Эффективная масса достигает максимума при некоторой температуре T_M, если соответствующие измерения выполнены при постоянном магнитном поле B . После нормировки эффективной массы на ее максимальное значение при каждом значении магнитного поля B и температуры — на T_M, все полученные функции переменной $y = T/T_M$, демонстрируя скейлинговое поведение, совпадают с функцией, задаваемой уравнением (105).

Из Рис. 34 видно, что поведение нормированной восприимчивости $\chi^N_{AC}(y) = \chi_{AC}(T/T_M, B)/\chi_{AC}(1,B) = M^*_N(T_N)$, полученной в измерениях на $\mathrm{CeRu_2Si_2}$ [88], хорошо описывается функцией (105) и совпадает с нормированной теплоемкостью $(C(T_N)/T_N)/C(1) = M^*_N(T_N)$, полученной из измерений на $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ [159, 171].

Рассмотрим поведение $M^*_N(T)$, полученной из измерений теплоемкости C/T на $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ в магнитных полях [171]. Из Рис. 35 видно, что для $B \geq 1$ T функция M^*_N почти идеально описывает нормированную теплоемкость C/T, согласуясь с измерениями на $\mathrm{CeRu_2Si_2}$ и соответствуя универсальному поведению нормированной эффективной массы, заданной уравнением (105). Отметим, что существующие теории, основанные на квантовых и тепловых флуктуациях, предсказывают, что магнитные и тепловые свойства ферромагнетика $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ отличаются от соответствующих свойств парамагнетика $\mathrm{CeRu_2Si_2}$, [3, 24, 117, 171, 174].

На вставке на Рис. 35 ясно виден излом температурной зависимости нормированной теплоемкости $C(T_N)/C(T_M)$ для $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$, появляющийся при $T_N \simeq 2$. Сплошная линия изображает функцию $T_N M^*_N(T_N)$, где параметры c_1 и c_2 подобраны для описания магнитной восприимчивости при $B = 0.94$ mT. Поскольку излом функции $T_N M^*_N(T_N)$ появляется при переходе из ЛФЖ режима в НФЖ режим, можно уверенно заключить, что излом экспериментального графика теплоемкости появляется при температурах, когда $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ переходит из ЛФЖ режима в НФЖ режим. Как показано в подразделе 9.7, переход магнетосопротивления от положительных значений к отрицательным происходит при тех же температурах. Предполагается, что излом возникает из-за различных энергетических шкал, возникающих вследствие флуктуаций параметра порядка [17]. В этом случае мы должны допустить, что такие различные ТФ металлы, как $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$, $\mathrm{CeRu_2Si_2}$ и $\mathrm{CeCoIn_5}$ с различными магнитными основными состояниями, имеют одинаковые флуктуации, оказывающие когерентное влияние на теплоемкость, намагниченность и транспортные свойства. Вместе с тем, уравнение (105) позволяет проводить количественное описание всех упомянутых физических величин.

На рис 36 приведена эффективная масса $M^*_N(T_N)$ при постоянных полях B. Поскольку кривая, представленная кругами и полученная из измерений при $B = 0$ не имеет максимума вплоть до 0.08 K [171], можно заключить, что в этом случае x очень близко расположена к x_{FC}, и максимум сдвинут в сторону очень низких температур. Как видно из Рис. 36, наложение магнитного поля ведет к появлению максимума, что позволяет провести нормировку и восстановить скейлинговое поведение, задаваемое выражением (105). Достигнутое хорошее согласие с экспериментом позволяет заключить, что термодинамические свойства $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ при $x = 0.85$ определяются квазичастицами, а не критическими магнитными флуктуациями.

Коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ равен: $\alpha(T) \simeq M^*T/(p_F^2 K)$ [155]. Предполагается, что сжимаемость $K(\rho)$ не имеет сингулярностей при ФККФП и приблизительно постоянна [118]. Учитывая уравнение (101), находим, что $\alpha(T) \propto \sqrt{T}$ и тепло-

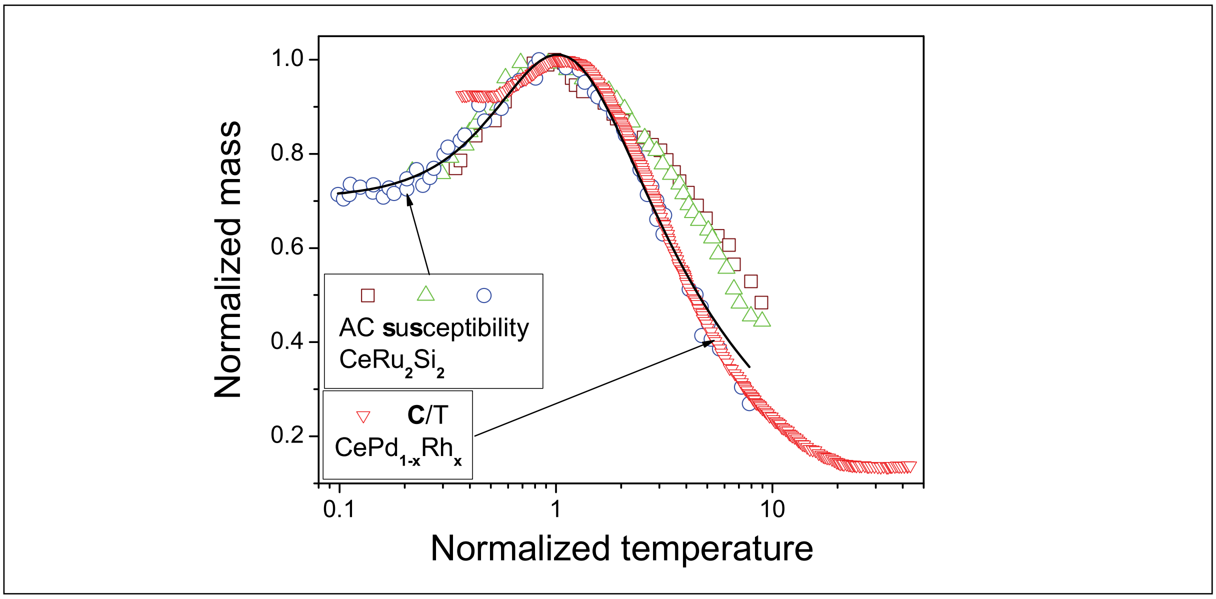

Рис. 34: Нормированная магнитная восприимчивость $\chi_N(T_N,B) = \chi_{AC}(T/T_M,B)/\chi_{AC}(1,B) = M^*_N(T_N)$ для $CeRu_2Si_2$ в магнитных полях 0.20 mT (квадраты), 0.39 mT (треугольники) и 0.94 mT (окружности) как функция нормированной температуры $T_N = T/T_M$ [88]. Восприимчивость достигает максимума $\chi_{AC}(T_M,B)$ при $T = T_M$. Нормированная удельная теплоемкость $(C(T_N)/T_N)/C(1)$ ТФ ферромагнетика $CePd_{1-x}Rh_x$ при $x = 0.8$ как функция T_N показана перевернутыми треугольниками [171], T_M — температура, при которой появляется максимум $C(T)/T$. Сплошная кривая (105) показывает универсальное поведение нормированной эффективной массы. Параметры c_1 и c_2 подобраны из описания $\chi_N(T_N,B)$ при $B = 0.94$ mT.

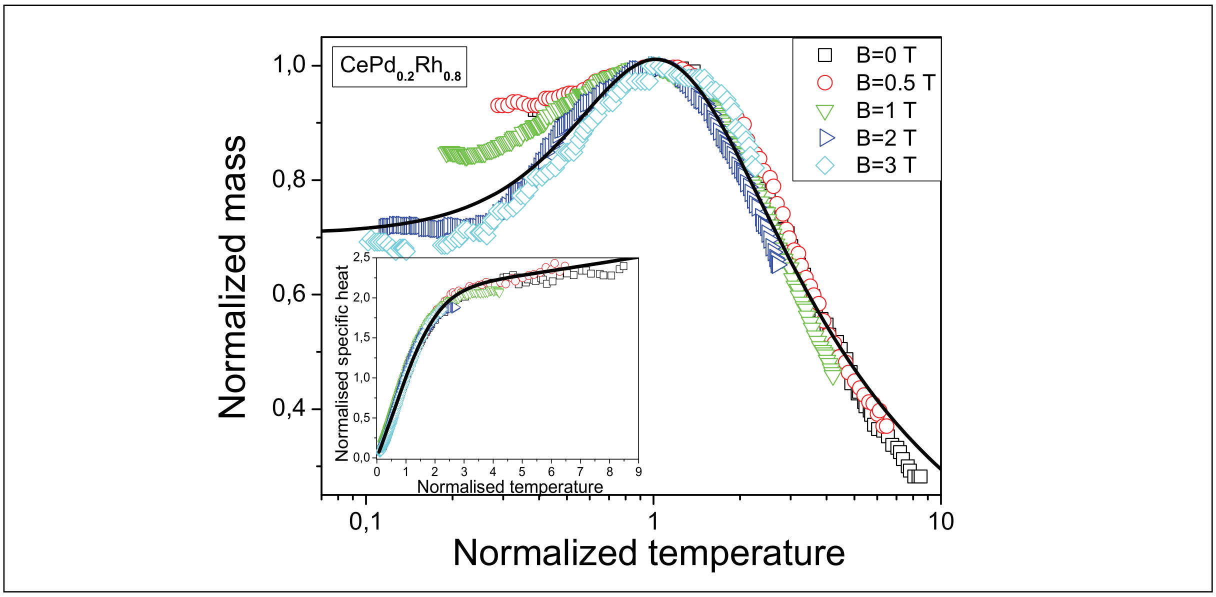

Рис. 35: Нормированная эффективная масса $M^*_N(y)$ при различных магнитных полях, указанных в правом верхнем углу, как функция $y = T/T_M$ получена из измерений теплоемкости C/T ТФ ферромагнетика $CePd_{1-x}Rh_x$ с $x = 0.8$ [171]. При $B \geq 1$ T, экспериментальные данные $M^*_N(y)$ согласуются с функцией $M^*_N(y)$, полученной для $CeRu_2Si_2$ (сплошная линия, см. подпись к Рис. 34). Нормированная теплоемкость $C(y)/C(T_M)$ для $CePd_{1-x}Rh_x$ при различных магнитных полях B показана на вставке. Излом графика теплоемкости ясно виден при $y \simeq 2$. Сплошная линия представляет функцию $yM^*_N(y)$ с параметрами c_1 и c_2, подобранными для магнитной восприимчивости $CeRu_2Si_2$ при $B = 0.94$ mT.

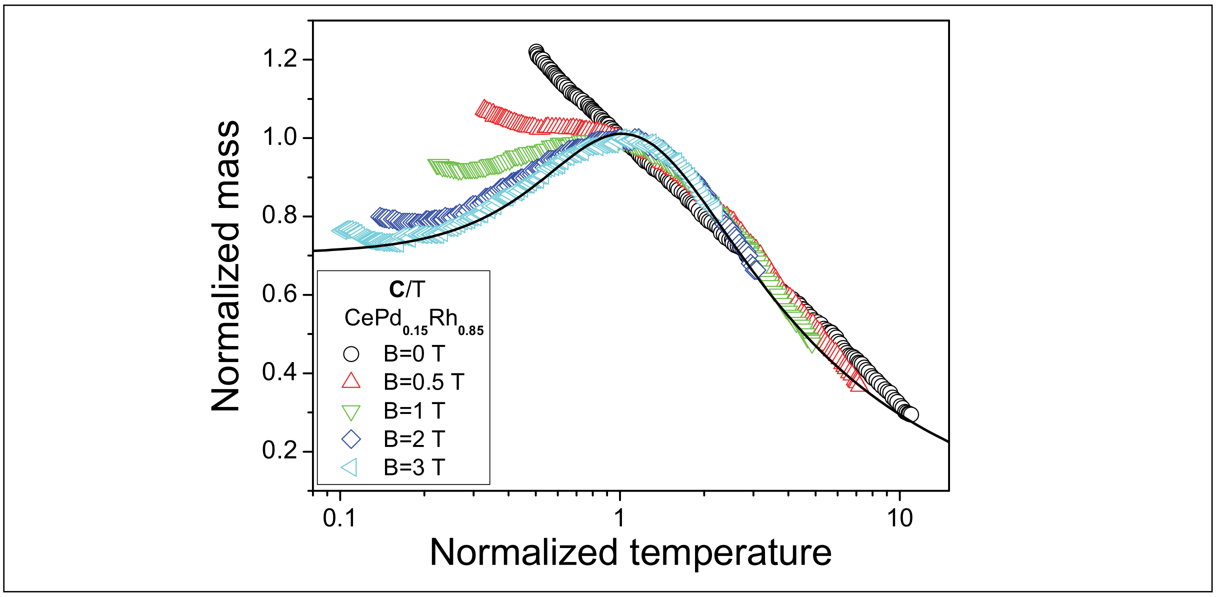

Рис. 36: То же самое, что и на Рис. 35, но при $x = 0.85$ [171]. При $B \geq 1$ Т, $M^*_N(T_N)$ демонстрирует универсальное поведение (сплошная линия, см. подпись к Рис. 34).

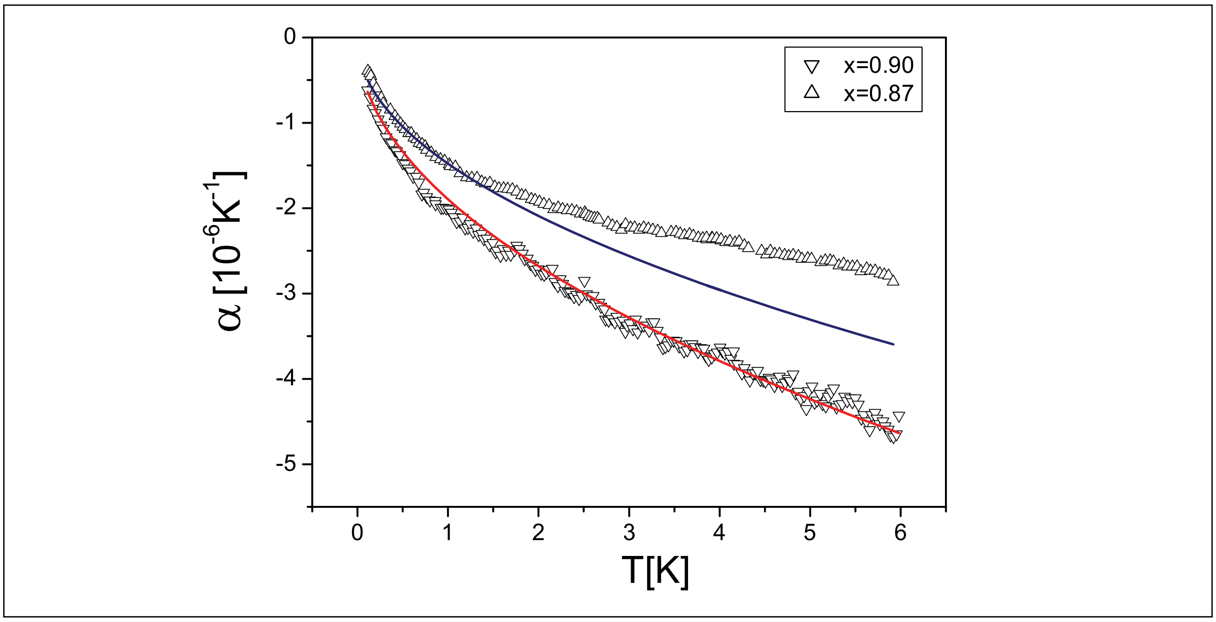

Рис. 37: Коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ как функция температуры в интервале $0.1 \leq T \leq 6$ К. Экспериментальные величины для двух уровней легирования $x = 0.90$ и $x = 0.87$ взяты из [170]. Сплошные линии представляют собой аппроксимации экспериментальных данных функцией $\alpha(T) = c_1\sqrt{T}$, где c_1 является подгоночным параметром.

емкость $C(T) = TM^* \propto \sqrt{T}$. Измерения теплоемкости $C(T)$ в $\mathrm{CePd_{1-x}Rh_x}$ при $x = 0.9$ показали степенной закон температурной зависимости. Ее можно описать выражением $C(T)/T = AT^{-q}$, где $q \simeq 0.5$ и A=const [170].

На Рис. 37 видно, что в критической точке $x = 0.90$ критическая температура ферромагнитного фазового перехода исчезает, и коэффициент теплового расширения хорошо аппроксимируется зависимостью $\alpha(T) \propto \sqrt{T}$ при изменении температуры как минимум на два порядка. Однако, даже небольшое отклонение x от критического значения нарушает согласие с экспериментом. Отметим, что полученное описание критического поведения двух различных металлов с ТФ (один парамагнетик, а второй ферромагнетик) с помо-

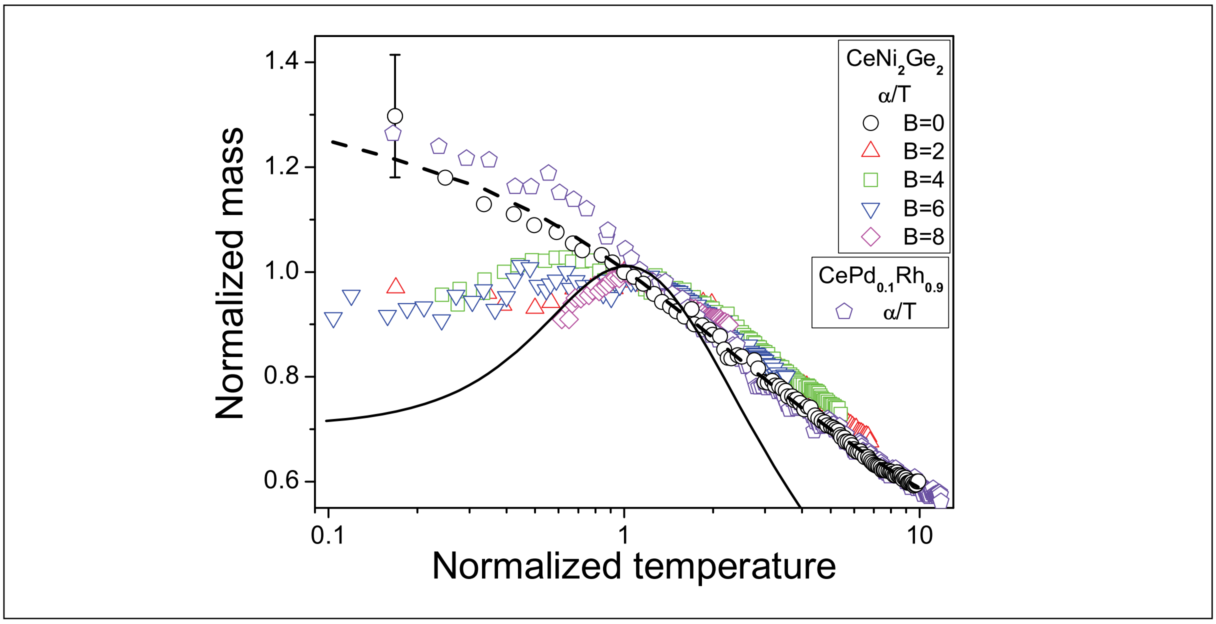

Рис. 38: Нормированный коэффициент теплового расширения $(\alpha(T_N)/T_N)/\alpha(1) = M^*_N(T_N)$ для $CeNi_2Ge_2$ [14] и для $CePd_{1-x}Rh_x$ при $x = 0.90$ [171] как функция $T_N = T/T_M$. Данные, полученные при измерениях в $CePd_{1-x}Rh_x$ при $B = 0$, умножены на коэффициент, обеспечивающий их совпадение с данными для $CeNi_2Ge_2$ хотя бы в одной точке. Штрихованная линия есть результат подгонки точек, обозначенных кругами и пятиугольниками при $B = 0$; использовалась функция $\alpha(T) = c_3\sqrt{T}$, где c_3 — подгоночный параметр. Сплошной линией изображено универсальное поведение нормированной эффективной массы, определяемой уравнением (105),см. подпись к Рис. 34.

щью функции $\alpha(T) = c_1\sqrt{T}$, содержащей только один подгоночный параметр c_1, свидетельствует, что флуктуации не определяют поведение $\alpha(T)$. Измерения теплоемкости для $CePd_{1-x}Rh_x$ при $x = 0.90$ показали, что $C(T) \propto \sqrt{T}$ [170]. Поэтому электронная система обоих металлов может быть отнесена к высококоррелированной ферми-жидкости. Наконец, можно заключить, что поведение эффективной массы, задаваемое уравнением (101), согласуется с экспериментальными данными.

Измерения $\alpha(T)/T$ как в $CePd_{1-x}Rh_x$ при $x = 0.9$ [170], так и в $CeNi_2Ge_2$ [14] приведены на Рис. 38. Видно, что аппроксимация $\alpha(T) = c_3\sqrt{T}$ находится в хорошем согласии с результатами измерений $\alpha(T)$ на $CePd_{1-x}Rh_x$ и $CeNi_2Ge_2$ при изменении T_N на два порядка. Отметим, что измерения в $CeIn_{3-x}Sn_x$ при $x = 0.65$ [151] демонстрируют такое же поведение $\alpha(T) \propto \sqrt{T}$ (см. Рис. 38). Следовательно, $CeIn_{3-x}Sn_x$ при $x = 0.65$, $CePd_{1-x}Rh_x$ с $x \simeq 0.9$, и $CeNi_2Ge_2$ находятся вблизи ФККФП; напомним, что $CePd_{1-x}Rh_x$ является трехмерным FM [170, 171], $CeNi_2Ge_2$ — парамагнетик [14], и $CeIn_{3-x}Sn_x$ — AFM металл с кубической решеткой [151].

Нормированная эффективная масса $M^*_N(T_N)$, полученная из измерений на ТФ металлах $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$, $CeRu_2Si_2$, $CePd_{1-x}Rh_x$ и $CeNi_2Ge_2$ показана на Рис. 39. Видно, что скейлинговое поведение эффективной массы, задаваемое уравнением (105), находится в согласии с экспериментальными данными, и $M^*_N(T_N)$, измеренная на AFM $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ (перевернутые треугольники) [166], согласуется с массой, полученной для PM фазы (прямые треугольники) в $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [166]. Отметим, что для ЛФЖ соответствующая нормированная эффективная масса $M^*_{NL} \simeq 1$ не зависит от T и B, как показано на Рис. 3.

Температуры, при которой имеют место максимумы $T_{\max}$ функций $C(T)/T$, $\chi_{AC}(T)$ и $\alpha(T)/T$ смещаются в сторону больших величин при увеличении магнитного поля. На

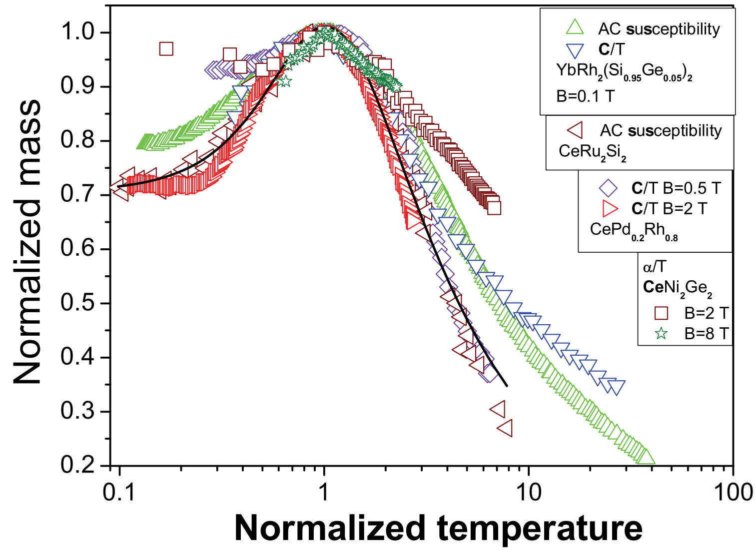

Рис. 39: Универсальное поведение $M^*_N(T_N)$, полученной из измерений: $\chi_{AC}(T,B)/\chi_{AC}(T_M,B)$ на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ и $CeRu_2Si_2$ [88, 166], $(C(T)/T)/(C(T_M)/T_M)$ на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ и $CePd_{1-x}Rh_x$ при $x = 0.80$ [166, 171], и $(\alpha(T)/T)/(\alpha(T_M)/T_M)$ на $CeNi_2Ge_2$ [14]. Все измерения были выполнены в магнитных полях, указанных поясняющих вставках. Сплошная линия показывает универсальное поведение M^*_N, определяемое уравнением (105), см. подпись к Рис. 34.

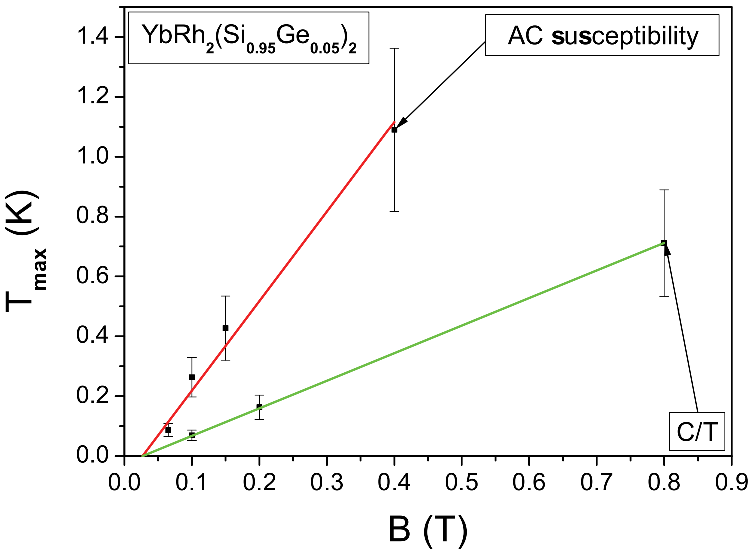

Рис. 40: Температура $T_{\max}(B)$, полученная из измерений χ_{AC} и C/T на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$ [158, 166] и аппроксимированная функцией (107). Линии пересекаются при $B \simeq 0.03$ T.

Рис. 40 приведена $T_{\max}(B)$ для C/T и χ_{AC}, измеренных на $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$. Видно, что обе функции могут быть описаны прямыми линиями, пересекающимися при $B \simeq 0.03$ T. Эти измерения [158, 166], также как и измерения на $CePd_{1-x}Rh_x$, $CeNi_2Ge_2$ и $CeRu_2Si_2$, демонстрируют одинаковое поведение [14,88,171], которое хорошо описывается уравнением (107).

Таким образом, различные экспериментальные данные ($C(T)/T$, $\chi_{AC}(T)$, $\alpha(T)/T$), полученные в измерениях на различных ТФ металлах ($YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$, $CeRu_2Si_2$, $CePd_{1-x}Rh_x$, $CeIn_{3-x}Sn_x$, $CeNi_2Ge_2$) и представленные в нормированной форме, демонстрируют универсальное скейлинговое поведение [172]. Причиной является то, что все перечисленные физические величины пропорциональны нормированной эффективной массе, имеющей скейлинговое поведение. Поскольку эффективная масса определяет термодинамические свойства, то и ТФ металлы демонстрируют такое же скейлинговое поведение, не зависящее от особенностей ТФ металла, например, кристаллической решетки, магнитного состояния, размерности и т.д. [159, 172].

10. Заключение

В первой части настоящего обзора рассмотрено влияние ФККФП на свойства различных ферми-систем и представлены надежные свидетельства существования такого перехода. Продемонстрировано, что ФККФП, поддерживая расширенную парадигму квазичастиц, формирует сильно коррелированные ферми-системы с уникальным НФЖ поведением. Широкий набор экспериментальных данных, полученных при изучении таких различных материалов, как ВТСП, металлы с тяжелыми фермионами и коррелированные 2D ферми-жидкости, могут быть объяснены теорией ФККФП.

Было установлено, что физика системы с тяжелыми фермионами определяется расширенной парадигмой квазичастиц. В противоположность парадигме Ландау, в которой эффективная масса квазичастиц постоянна, в рамках расширенной парадигмы квазичастиц их эффективная масса сильно зависит от температуры, магнитного поля, давления и других параметров. Квазичастицы и параметр порядка хорошо определены и могут быть использованы для описания скейлингового поведения термодинамических, релаксационных и транспортных свойств ВТСП, ТФ металлов, 2D электронной и ^{3}He систем и других коррелированных ферми-систем. Квазичастицы определяют сохранение отношения Кадоваки-Вудса и восстановление ЛФЖ поведения при наложении на систему магнитного поля.

Показано как аналитически, так и с использованием аргументов, целиком основанных на результатах экспериментов, что данные, полученные для широкого круга сильно коррелированных ферми-систем, выявляют их универсальное скейлинговое поведение. Причиной этого является то, что все упомянутые экспериментальные величины пропорциональны нормированной эффективной массе, демонстрирующей скейлинговое поведение. Поскольку эффективная масса определяет термодинамические, транспортные и релаксационные свойства, можно еще раз заключить, что ТФ металлы помещенные около их ККТ, демонстрируют универсальное поведение, не зависящее от особенностей ТФ металла: структуры кристаллической решетки, магнитного основного состояния, размерности и т.д. Другими словами, вещества с сильно коррелированными фермионами проявляют неожиданно одинаковое поведение, независящее от их явных различий, а теория ФККФП позволила развить простое и адекватное описание универсального НФЖ поведения сильно коррелированных ферми-систем.

В целом, идеи, связанные с новым фазовым переходом в одной области исследований, стимулируют интенсивные исследования его проявлений в других областях. Как это произошло в случае сверхпроводимости металлов, идеи которой были успешно использованы при описании атомных ядер и холодных газов в ловушках. Такие перспективы, возможно, откроются перед ФККФП.

Вторая часть обзора посвящена дальнейшему изучению свойств сильнокоррелированной ферми-жидкости. Будут рассмотрены квантовая критичность в 2D ^{3}He, изломы в термодинамических функциях и поведение металлов с ТФ вблизи метамагнитных фазовых переходов, асимметрия проводимости в ТФ металлах и ВТСП, влияние ФККФП на фазовые и топологические фазовые переходы.

Благодарности

Работа частично поддержана РФФИ в рамках проекта # 09-02-00056.

Литература

[1] *Stewart G. R.* Non-Fermi-liquid behavior in d- and f-electron metals. // Rev. Mod. Phys. — 2001. — v. 73, —№ 4, —p. 797-855.

[2] *Varma C. M., Nussionov Z., van Saarloos W.* Singular or Non-Fermi Liquids // Phys. Rep. — 2002. — v. 361, —№ 5-6, — p. 267-417.

[3] *v. Löhneysen H., Rosch A., Vojta M., Wölfle P.* Fermi-liquid instabilities at magnetic quantum phase transitions. // Rev. Mod. Phys. — 2007. — v. 79, —p. 1015-1076.

[4] *Vojta M.* Quantum Phase Transitions. // Rep. Prog. Phys. — 2003. — v. 66, —p. 2069-2110.

[5] *Белявский В. И., Копаев Ю. К.* Сверхпроводимость отталкивающихся частиц. // УФН — 2006. — v. 176, —№ 5, — p. 457-485.

[6] *Шагинян В.Р., Амусья М.Я., Попов К.Г.* Универсальное поведение сильнокоррелированных Ферми систем. // УФН — 2007. — v. 177, —№ 7, —p. 586-618.

[7] *Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Msezane A.Z., Popov K.G.* Scaling behavior of heavy fermion metals. // Physics Reports — 2010— doi:10.1016/j.physrep.2010.03.001.

[8] *Custers J., Gegenwart P., Wilhelm H., Neumaier K., Tokiwa Y., Trovarelli O., Geibel C., Steglich F., Pépin C., Coleman P.* The break-up of heavy electrons at a quantum critical point. // Nature. — 2003. — v. 424, — p. 524-527.

[9] *Senthil T., Fisher M. P. A.* // Phys. Rev. B — 2000. — v. 62, —p. 7850-7881.

[10] *Senthil T., Vojta M., Sachdev S.* // Phys. Rev. B — 2004 — v. 69, —p. 035111-035129. *Senthil T., Sachdev S., Vojta M.* // Physica B — 2005. — v. 359-361, —p. 9-14.

[11] *Senthil T., Vishwanath A., Balents L., Sachdev S.* // Science — 2004. — v. 303, —p. 1490-1513.

[12] *Coleman P.* Lectures on the Physics of Highly Correlated Electron Systems VI, in: F. Mancini (Ed.).— New York: American Institute of Physics, 2002.— pp. 79-160.

[13] *Coleman P., Schofield A. J.* Quantum criticality. // Nature — 2005. — v. 433, —p. 226-229.

[14] *Küchler R., Oeschler N., Gegenwart P., Cichorek T., Neumaier K., Tegus O., Geibel C., Mydosh J. A., Steglich F., Zhu L., Si Q.* Divergence of the Gruneisen Ratio at Quantum Critical Points in Heavy Fermion Metals. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91, —p. 066405-066408.

[15] *Gegenwart P., Custers J., Geibel C., Neumaier K., Tayama T., Tenya K., Trovarelli O., and Steglich F.* Magnetic-Field Induced Quantum Critical Point in $YbRh_2Si_2$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 89, — p. 056402-056405.

[16] *Hussey N.E.* Strongly correlated electrons: Landau theory takes a pounding. // Nature Phys. — 2007. — v. 3, — p. 445-446.

[17] *Gegenwart P., Westerkamp T., Krellner C., Tokiwa Y., Paschen S., Geibel C., Steglich F., Abrahams E., Si Q.* Multiple Energy Scales at a Quantum Critical Point. // Science — 2007. — v. 315, —p. 969-971.

[18] *Coleman P., Pépin C., Si Q., Ramazashvili R.* How do Fermi liquids get heavy and die? // J. Phys. Condens. Matter. — 2001. — v. 13, —p. R723-R738.

[19] *Ландау Л.Д.* Теория ферми-жидкости. // ЖЭТФ — 1956. — v. 30, —p. 1058-1066.

[20] *Ландау Л. Д. Лифшиц Е. М*. Теоретическая физика.— В 10-ти т. T.IX. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. ч.2,—М.: Наука, 1978.— 448 с.

[21] D. Pines, P. Noziéres, Theory of Quantum Liquids, Benjamin, New York, 1966. *Пайнс Д., Нозьер Ф.* Теория квантовых жидкостей. — М.: Мир, 1967.—383 с.

[22] *Khodel V.A., Clark J.W., and Zverev M.V.* Topology of the Fermi surface beyond the quantum critical point. // Phys. Rev. B — 2008. — v. 78, —p. 075120-075137.

[23] *Khodel V.A.* Two scenarios of the quantum critical point // JETP Lett. — 2007. — v. 86, —№ 11, —p. 721-726.

[24] P. Coleman, $http://arxiv.org/abs/cond-mat/$: 1001.0185v1 —2010.— p. 1-9.

[25] *Proust C., Boaknin E., Hill R. W., Taillefer L., Mackenzie A. P.* Heat Transport in a Strongly Overdoped Cuprate: Fermi Liquid and a Pure d-Wave BCS Superconductor. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 89, — p. 147003-147006.

[26] *Kadowaki K., Woods S.B.* Universal relationship of the resistivity and specific heat in heavy-Fermion compounds. // Solid State Commun. — 1986. — v. 58, —№ 8, — p. 507-509.

[27] *Millis A.J., Schofield A.J., Lonzarich G.G., Grigera S.A.* Metamagnetic Quantum Criticality in Metals. // Phys. Rev. Lett. —2002.— v. 88, —p. 217204-217207.

[28] *Bel R., Behnia K., Nakajima Y., Izawa K., Matsuda Y., Shishido H., Settai R., Onuki Y.* Giant Nernst Effect in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — v. 92, — p. 217002-217005.

[29] *Paglione J., Tanatar M.A., Hawthorn D.G., Ronning F., Hill R.W., , Sutherland M., Taillefer L., Petrovicx C.* Nonvanishing Energy Scales at the Quantum Critical Point of $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — v. 97, —p. 106606-106609.

[30] *Ronning F., Hill R.W., Sutherland M., Hawthorn D.G., Tanatar M.A., Paglione J., Taillefer L., Graf M.J., Perry R. S., Maeno Y., Mackenzie A.P.* Thermal Conductivity in the Vicinity of the Quantum Critical End Point in $Sr_3Ru_2O_7$. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — v. 97, —p. 067005-067008.

[31] *Koralek J.D., Douglas J.F., Plumb N.C., Sun Z., Fedorov A.V., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Cundiff S.T., Aiura Y., Oka K., Eisaki H., Dessau D.S.* Laser Based Angle-Resolved Photoemission, the Sudden Approximation, and Quasiparticle-Like Spectral Peaks in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+}$. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — v. 96, —p. 017005-017008.

[32] *Fujimori S., Fujimori A., Shimada K., Narimura T., Kobayashi K., Namatame H., Taniguchi M., Harima H., Shishido H., Ikeda S., Aoki D., Tokiwa Y., Haga Y., Onuki Y.* Direct observation of a quasiparticle band in $CeIrIn_5$: An angle-resolved photoemission spectroscopy study. //Phys. Rev. B — 2006. — v. 73, —p. 224517-224521.

[33] *Gegenwart P., Westerkamp T., Krellner C., Brando M., Tokiwa Y., Geibel C., Steglich F.* Unconventional quantum criticality in $YbRh_2Si_2$. //Physica B — 2008. — v. 403,— p. 1184-1188.

[34] *Oeschler N., Hartmann S., Pikul A.P., Krellner C. Geibel C., Steglich F.* Low-temperature specific heat of $YbRh_2Si_2$. // Physica B —2008. — v. 403,— p. 1254-1256.

[35] *Neumann M., Nyéki J., Cowan B., Saunders J.* Bilayer ^{3}He: A Simple Two-Dimensional Heavy Fermion System with Quantum Criticality. // Science — 2007. — v. 317,—p. 1356-1359.

[36] *Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Popov K.G.* Strongly correlated Fermi-systems: non-Fermi liquid behavior, quasiparticle effective mass and their interplay. // Phys. Lett. A — 2009. — v. 373,—p. 2281-2286.

[37] *Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Popov K.G., Artamonov S.A.* Energy scales and the non-Fermi liquid behavior in $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. // JETP Lett. — 2009. — v. 90,— № 1,— p. 47-54.

[38] *Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Popov K.G., Stephanovich V.A.* Behavior of Two-Dimensional ^3He at Low Temperatures. // Phys. Rev. Lett. —2008. — v. 100,—p. 096406-096409.

[39] *Ходель В.А., Шагинян В.Р.* Сверхтекучесть в системах с фермионным конденсатом . //Письма в ЖЭТФ. — 1990. — v. 51,—№ 9, —p. 488-490.

[40] *Khodel V.A., Shaginyan V.R., Khodel V.V.* New approach in the microscopic Fermi systems theory. // Phys. Rep. — 1994. — v. 249,— p. 1-134.

[41] *Khodel V.A., Clark J.W., Zverev M.V.* Superfluid Phase Transitions in Dense Neutron Matter. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — v. 87,—p. 031103-031106.

[42] *Amusia M.Ya., Msezane A.Z., Shaginyan V.R.* From the Bose-Einstein to Fermion Condensation. // Physics of Atomic Nuclei. — 2003 — v. 66,—p. 1850-1875.

[43] *Khodel V.A., Clark J.W., Li H., Zverev M.A.* Merging of single-particle levels in finite Fermi systems. // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — v. 84,—p. 703-707.

[44] *Volovik G.E.* Topology of momentum space and quantum phase transitions. // Acta Phys. Slov. —2006. — v. 56,—№ 2, — p. 49-56.

[45] *Volovik G.E.* Quantum phase transitions from topology in momentum space. in Quantum Simulations via Analogues: From Phase Transitions to Black Holes and Cosmology. eds. W. G. Unruh and R. Schutzhold. Springer Lecture Notes in Physics. — 2007. — v. 718,— p. 31-73.

[46] *Khodel V.A., Clark J.W., Li H., Zverev M.A.* Merging of Single-Particle Levels and Non-Fermi-Liquid Behavior of Finite Fermi Systems. // Phys. Rev. Lett. — 2007. — v. 98,— p. 216404-216407.

[47] *Shaginyan V.R.* Universal behavior of heavy-fermion metals near a quantum critical point. // Письма в ЖЭТФ. —2004. — v. 79,—№ 6,—p. 344-350.

[48] *Померанчук И. Я.* Об устойчивости фермиевской жидкости. // ЖЭТФ — 1958. — v. 35,—p. 524-526.

[49] *Dukelsky J., Khodel V.A., Schuck P., Shaginyan V.R.* Fermion condensation and non Fermi liquid behavior in a model with long range forces. // Z. Phys. — 1997. — v. 102, — p. 245-254. *Khodel V.A., Shaginyan V.R.* The Rearrangement of the Single Particle Degrees of Freedom in Strongly Correlated Fermi Systems. in: J. Clark, V.P. Plant (Eds.), Condensed Matter Theories 12, NY.: Nova Science Publishers Inc., 1997. — pp. 221-236.

[50] *Clark J.W., Khodel V.A., Zverev M.V.*Anomalous low-temperature behavior of strongly correlated Fermi systems. //Phys. Rev. B — 2005. — v. 71, —p. 012401-012404.

[51] *Oliveira L.N., Gross E.K.U., Kohn W.* Density-Functional Theory for Superconductors. //Phys. Rev. Lett. — 1988 — v. 60, — p. 2430-2433.

[52] *Shaginyan V.R.* Density functional theory of fermion condensation. // Phys. Lett. A — 1998. — v. 249, —p. 237-241.

[53] *Amusia M.Ya., Shaginyan V.R.* Calculations of single particle spectra in density functional theory. // Phys. Lett. A — 2000. — v. 269, —p. 337-342.

[54] *Shaginyan V.R.*. Superconductivity in the presence of fermion condensation. // Письма в ЖЭТФ — 1998. — v. 68, —p. 491-496.

[55] *Chubukov A.V., Maslov D.L., Millis A.J.* Nonanalytic corrections to the specific heat of a three-dimensional Fermi liquid. // Phys. Rev. B — 2006. — v. 73, —p. 045128-045249.

[56] *Vollhardt D.* Normal ^3He: an almost localized Fermi liquid. // Rev. Mod. Phys. — 1984. — v. 56, —p. 99-120.

[57] *Pfitzner M., Wölfe P.* Quasiparticle interaction in a nearly localized Fermi liquid: Application to ^3He and heavy-fermion systems. //Phys. Rev. B — 1986. — v. 33, — p. 2003-2006.

[58] *Vollhardt D., Wölfle P., Anderson P.W.* Gutzwiller-Hubbard lattice-gas model with variable density: Application to normal liquid ^3He. // Phys. Rev. B — 1987. — v. 35, — p. 6703-6715.

[59] *Casey A., Patel H., Nyeki J., Cowan B.P., Saunders J.* Strongly Correlated Two Dimensional Fluid ^3He. //J. Low Temp. Phys. — 1998. — v. 113, —№ 3-4, — p. 293-298.

[60] *Shaginyan V.R.* Behavior of Fermi systems approaching fermion condensation quantum phase transition from disordered phase. // JETP Lett. — 2003. — v. 77, —№ 2, —p. 104-108.

[61] *Yakovenko V.M., Khodel V.A.* Physics of the insulating phase in the dilute two-dimensional electron gas. // JETP Lett. — 2003. — v. 78, —№ 6, —p. 850-853.

[62] *Shashkin A.A., Kravchenko S.V., Dolgopolov V.T., Klapwijk T.M.* Sharp increase of the effective mass near the critical density in a metallic two-dimensional electron system. // Phys. Rev. B — 2002. — v. 66, — p. 073303-073306; *Shashkin A.A., Rahimi M., Anissimova S., Kravchenko S.V., Dolgopolov V.T., Klapwijk T.M.* Spin-Independent Origin of the Strongly Enhanced Effective Mass in a Dilute 2D Electron System. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91, —p. 046403-046406.

[63] *Kravchenko S.V., Sarachik M.P.* Metal-insulator transition in two-dimensional electron systems // Rep. Prog. Phys. — 2004. — v. 67, —p. 1-44.

[64] *Boronat J., Casulleras J., Grau V., Krotscheck E., Springer J.* Effective Mass of Two-Dimensional ^3He. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91, — p. 085302-085305.

[65] *Zhang Y., Yakovenko V.M., Das Sarma S.* Dispersion instability in strongly interacting electron liquids. // Phys. Rev. B — 2005. — v. 71, — p. 115105-115114.

[66] *Zhang Y., Das Sarma S.*. Temperature-dependent effective mass renormalization in a Coulomb Fermi liquid. // Phys. Rev. B — 2004. — v. 70, —p. 035104-035117.

[67] *Khodel V.A., Shaginyan V.R., Zverev M.V.* Interplay between fermion condensation and density-wave-instability. // Письма в ЖЭТФ — 1997. — v. 65, —№ 3, —p. 242-247.

[68] *Casey A., Patel H., Cowan J., Saunders B.P.* Evidence for a Mott-Hubbard Transition in a Two-Dimensional ^3He Fluid Monolayer. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 90, — p. 115301-115304.

[69] *Воловик Г.Е.* О новом классе нормальных ферми-жидкостей. // Письма в ЖЭТФ — 1991. — v. 53, —№ 4, —p. 208-211.

[70] *Амусья М.Я., Шагинян В.Р.* Ферми-конденсатный квантовый фазовый переход в высокотемпературных сверхпроводниках. // Письма в ЖЭТФ — 2001. — v. 73, — № 5, —p. 268-273.

[71] *Amusia M.Ya., Shaginyan V.R.* Quasiparticle picture of high-temperature superconductors in the frame of a Fermi liquid with the fermion condensate. // Phys. Rev. B — 2001. — v. 63, —p. 224507-224512; *Shaginyan V.R.* // Physica B — 2002. — v. 312-313C, —p. 413-414.

[72] *Shaginyan V.R., Han J.G., Lee J.* Title: Fermion Condensation Quantum Phase Transition versus Conventional Quantum Phase Transitions. // Phys. Lett. A — 2004. — v. 329, —p. 108-115.

[73] *Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R.* Theory of Superconductivity. // Phys. Rev. — 1957. — v. 108, —p. 1175-1204.

[74] *Khodel V.A., Zverev M.V., Yakovenko V.M.* Curie Law, Entropy Excess, and Superconductivity in Heavy Fermion Metals and Other Strongly Interacting Fermi Liquids. // Phys. Rev. Lett. — 2005. — v. 95, —p. 236402-236405.

[75] *Khveshchenko D.V., Hlubina R., Rice T.M.* Non-Fermi-liquid behavior in two dimensions due to long-ranged current-current interactions. // Phys. Rev. B — 1993. — v. 48, — p. 10766-10776.

[76] *Dzyaloshinskii I.E.* Extended Van-Hove Singularity and Related Non-Fermi Liquids. // J. Phys. I (France) — 1996. — v. 6, —p. 119-135.

[77] *Lidsky D., Shiraishi J., Hatsugai Y., Kohmoto M.* Simple exactly solvable models of non-Fermi-liquids. // Phys. Rev. B — 1998. — v. 57, —p. 1340-1343.

[78] *Irkhin V.Yu., Katanin A.A., Katsnelson M.I.* Robustness of the Van Hove Scenario for $High-T_c$ Superconductors. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 89, —№ , —p. 076401-076404.

[79] *Laughlin R.B., Pines D.* The Theory of Everything. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2000. — v. 97, — p. 28-32.

[80] *Anderson P.W.* Spin-Charge Separation is the Key to the $HighT_c$ Cuprates Authors: Philip W. Anderson. // $http://arxiv.org/abs/cond-mat/0007185$ — 2000. — v. 1, — p. 1-2; *Anderson P.W.* The Charge-Spin Separated Fermi Fluid in the $High-T_c$ Cuprates: A Quantum Protectorate. // Science — 2000. — v. 288, — p. 480-483.

[81] *Khodel V.A., Clark J.W., Shaginyan V.R.* Rearrangement of the electron Fermi surface in layered compounds. // Solid Stat. Comm. — 1995. — v. 96, — № 6, —p. 353-357.

[82] *Artamonov S.A., Shaginyan V.R.* Quasiparticles in strongly correlated liquid with the fermion condensate: application to high-temperature superconductors. // ЖЭТФ — 2001. — v. 119, —№ 2, —p. 331-341.

[83] *Bogdanov P.V., Lanzara A., Kellar S.A., Zhou X.J., Lu E.D., Zheng W.J., Gu G., Shimoyama J.-I., Kishio K., Ikeda H., Yoshizaki R., Hussain Z., and Shen Z.X.* Evidence for an Energy Scale for Quasiparticle Dispersion in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$. // Phys. Rev. Lett. — 2000. — v. 85, —p. 2581-2584.

[84] *Kaminski A., Randeria M., Campuzano J.C., Norman M.R., Fretwell H., Mesot J., Sato T., Takahashi T., Kadowaki K.* // Phys. Rev. Lett. — 2001. — v. 86, —p. 1070-1073.

[85] *Valla T., Fedorov A.V., Johnson P.D., Wells B.O., Hulbert S.L., Li Q., Gu G.D., Koshizuka N.* Evidence for Quantum Critical Behavior in the Optimally Doped Cuprate $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Science — 1999. — v. 285, —№ , —p. 2110-2113; *Valla T., Fedorov A.V., Johnson P.D., Li Q., Gu G.D., Koshizuka N.*. Temperature Dependent Scattering Rates at the Fermi Surface of Optimally Doped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Phys. Rev. Lett. — 2000. — v. 85, —p. 828-831.

[86] *Friedemann S., Westerkamp T., Brando M., Oeschler N., Wirth S., Gegenwart P., Krellner C., Geibel C., Steglich F.* Detaching the antiferromagnetic quantum critical point from the Fermi-surface reconstruction in $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. // Nature Phys. — 2009— v.,5,—p. 465-470.

[87] *Custers J., Gegenwart P., Geibel C., Steglich F., Coleman P., Paschen S.* Evidence for a Non-Fermi-Liquid Phase in Ge-Substituted $\mathrm{YbRh_2Si_2}$. // $http://arxiv.org/abs/cond-mat/1004.0107$ — 2010 — v. 1, —p. 1-4.

[88] *Takahashi D., Abe S., Mizuno H., Tayurskii D.A., Matsumoto K., Suzuki H., Onuki Y.* Ac susceptibility and static magnetization measurements of $CeRu_2Si_2$ at small magnetic fields and ultralow temperatures. // Phys. Rev. B — 2003. — v. 67, —p. 180407-180410.

[89] *Tilley D.R., Tilley J.* Superfluidity and Superconductivity, Bristol, Hilger, 1985.

[90] *Artamonov S.A., Pogorelov Yu.G., Shaginyan V.R.* Ground state instability in systems of strongly interacting fermions. // Письма в ЖЭТФ — 1998. — v. 68, —p. 893-899.

[91] *Gor'kov L.P.* // ЖЭТФ — 1958. — v. 7, —p. 505.

[92] *Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Stephanovich V.A., Kirichenko E.V.* Quasiparticles and quantum phase transition in universal low-temperature properties of heavy-fermion metals. // Europhys. Lett. — 2006. — v. 76, —p. 898-904.

[93] *Bogoliubov N. N.*. // Nuovo Cimento — 1958. — v. 7, —p. 794.

[94] *Amusia M.Ya., Shaginyan V.R.* Quasiparticles in the Superconducting State of High-T_c Metals. //Письма в ЖЭТФ — 2003. — v. 77, —p. 803-810.

[95] *Matsui H., Sato T., Takahashi T., Wang S.-C., Yang H.-B., Ding H., Fujii T., Watanabe T., Matsuda A.* BCS-Like Bogoliubov Quasiparticles in High-T_c Superconductors Observed by Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 90,— p. 217002-217005.

[96] *Amusia M.Ya., Artamonov S.A., Shaginyan V.R.* Theory of $high - T_c$ superconductivity based on the fermion-condensation quantum phase transition. // Письма в ЖЭТФ — 2001. — v. 74,—p. 435-439.

[97] *Paramekanti A., Randeria M., Trivedi N.* Projected Wave Functions and High Temperature Superconductivity. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — v. 87,— p. 217002-217005.

[98] *Anderson P.W., Lee P.A., Randeria M., Rice T.M., Trivedi N., Zhangt F.C.* The physics behind high-temperature superconducting cuprates: the 'plain vanilla' version of RVB. // J. Phys. Condens. Matter — 2004. — v. 16,—p. R755-R769.

[99] *Amusia M.Ya., Shaginyan V.R.* Relationships between the superconducting gap, pseudogap and transition temperature in high-T_c superconductors. // Phys. Lett. A — 2002. — v. 298,—p. 193-196.

[100] *Kugler M., Fischer O., Renner Ch., Ono S., Ando Y.* Scanning Tunneling Spectroscopy of $Bi_2Sr_2CuO_{6+\delta}$: New Evidence for the Common Origin of the Pseudogap and Superconductivity. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — v. 86,—p. 4911-4914.

[101] *Abrikosov A.A.* Parity of the order parameter in high-temperature superconductors with respect to a $\pi/2$ rotation. // Phys. Rev. B — 1995. — v. 52,— p. R15738-R15740; *Abrikosov A.A.* Theory of High-T_c Superconducting Cuprates Based on Experimental Evidence. // $http://arxiv.org/abs/cond-mat/$9912394 — 1999 — v. 1,—p. 1-7.

[102] *Yeh N.-C., Chen C.-T., Hammer G., Mannhart J., Schmehl A., Schneider C. W., Schulz R. R., Tajima S., Yoshida K., Garrigus D., Strasik M.* Evidence of Doping-Dependent Pairing Symmetry in Cuprate Superconductors. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — v. 87,— p. 087003-087006.

[103] *Biswas A., Fournier P., Qazilbash M.M., Smolyaninova V.N., Balci H., Greene R.L.* Evidence of a d- to s-Wave Pairing Symmetry Transition in the Electron-Doped Cuprate Superconductor $Pr_{2-x}Ce_xCuO_4$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88,—p. 207004-207007.

[104] *Skinta J.A., Kim M.-S., Lemberger T.R., Greibe T., Naito M.* Evidence for a Transition in the Pairing Symmetry of the Electron-Doped Cuprates $La_{2-x}Ce_xCuO_{4-y}$ and $Pr_{2-x}Ce_xCuO_{4-y}$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88,— p. 207005-207008.

[105] *Skinta J.A., Lemberger T.R., Greibe T., Naito M.* Evidence for a Nodeless Gap from the Superfluid Density of Optimally Doped $Pr_{1.855}Ce_{0.145}CuO_{4-y}$ Films. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88,—p. 207003-207006.

[106] *Chen C.-T., Seneor P., Yeh N.-C., Vasquez R.P., Bell L.D., Jung C.U., Kim J.Y., Park M.-S., Kim H.-J., Lee S.-I.* Strongly Correlated s-Wave Superconductivity in the N-Type Infinite-Layer Cuprate. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88,—p. 227002-227005.

[107] *Metoki N., Haga Y., Koike Y., Onuki Y.* Superconducting Energy Gap Observed in the Magnetic Excitation Spectra of a Heavy Fermion Superconductor UPd_2Al_3. // Phys. Rev. Lett. — 1998. — v. 80,—p. 5417-5420.

[108] *Honma T., Haga Y., Yamamoto E., Metoki N., Koike Y., Ohkuni H., Suzuki N., Onuki Y.* Interplay between Magnetism and Superconductivity in URu_2Si_2 Studied by Neutron Scattering Experiments. // J. Phys.Soc. Jpn. — 1999. — v. 68, —№ , —p. 338-341.

[109] *Kresin V., Ovchinnikov Yu.N., Wolf S.A.* Inhomogeneous superconductivity and the "pseudogap" state of novel superconductors. // Phys. Rep. — 2006. — v. 431, —p.231-259 ; *Kresin V., Ovchinnikov Yu.N., Wolf S.A.* Erratum to: Inhomogeneous superconductivity and the pseudogap state of novel superconductors: [Physics Reports 431 (2006) 231-259]. // Phys. Rep. — 2006. — v. 437, —p. 233-234.

[110] *Shi M., Chang J., Pailhes S., Norman M.R., Campuzano J.C., Mansson M., Claesson T., Tjernberg O., Bendounan A., Patthey L., Momono N., Oda M., Ido M., Mudry C., Mesot J.* Coherent d-Wave Superconducting Gap in Underdoped $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ by Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — v. 101, —p. 047002-047005.

[111] *Yang H.-B., Rameau J.D., Johnson P.D., Valla T., Tsvelik A., Gu G.D.* Emergence of preformed Cooper pairs from the doped Mott insulating state in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Nature — 2008. — v. 456, —p. 77-80.

[112] *Kanigel K., Chatterjee U., Randeria M., Norman M.R., Koren G., Kadowaki K., Campuzano J.C.* Evidence for Pairing above the Transition Temperature of Cuprate Superconductors from the Electronic Dispersion in the Pseudogap Phase. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — v. 101, —p. 137002-137005.

[113] *Lee J., Fujita K., Schmidt A.R., Kim Ch.K., Eisaki H., Uchida S., Davis J. C.* Spectroscopic Fingerprint of Phase-Incoherent Superconductivity in the Underdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Science — 2009. — v. 325, —p. 1099-1103.

[114] *Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Popov K.G., and Stephanovich V.A.* Quantum critical point in high-temperature superconductors. // Phys. Lett. A — 2009. — v. 373, —p. 686-692.

[115] *Amusia M.Ya., Shaginyan V.R.* Possible universal cause of high-Tc superconductivity in different metals. // Письма в ЖЭТФ — 2002. — v. 76, —p. 774-778.

[116] *Miyakawa N., Zasadzinski J.F., Ozyuzer L., Guptasarma P., Hinks D.G., Kendziora C., Gray K.E.* Predominantly Superconducting Origin of Large Energy Gaps in Underdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ from Tunneling Spectroscopy. // Phys. Rev. Lett. — 1999. — v. 83, —p. 1018-1021.

[117] *Butch N.P., Maple M.B.* Evolution of Critical Scaling Behavior near a Ferromagnetic Quantum Phase Transition. // Phys. Rev. Lett. — 2009. — v. 103, —p. 076404-076407.

[118] *Nozières P.* Properties of Fermi liquids with a finite range interaction. // J. Phys. I (Paris) — 1992. — v. 2, —№ 4, —p. 443-459.

[119] *Varma C.M., Littlewood P.B., Schmittrink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E.* Phenomenology of the normal state of Cu-O high-temperature superconductors. // Phys. Rev. Lett. — 1989. — v. 63, —p. 1996-1999.

[120] *Varma C.M., Littlewood P.B., Schmittrink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E.* Phenomenology of the normal state of Cu-O high-temperature superconductors [Phys. Rev. Lett. 63, 1996 (1989)]. // Phys. Rev. Lett. — 1990. — v. 64, —p. 497-497.

[121] *Ino A., Kim C., Nakamura M., Yoshida T., Mizokawa T., Fujimori A., Shen Z.-X., Kakeshita T., Eisaki H., Uchida S.* Doping-dependent evolution of the electronic structure of $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ in the superconducting and metallic phases. // Phys. Rev. B — 2002. — v. 65, —p. 094504-094514.

[122] *Zhou X.J., Yoshida T., Lanzara A., Bogdanov P.V., Kellar S.A., Shen K.M., Yang W.L., Ronning F., Sasagawa T., Kakeshita T., Noda T., Eisaki H., Uchida S., Lin C.T., Zhou F., Xiong J.W., Ti W.X., Zhao Z.X., Fujimori A., Hussain Z., Shen Z.-X.* High-temperature superconductors: Universal nodal Fermi velocity. // Nature — 2003. — v. 423, —p. 398-398.

[123] *Padilla W.J., Lee Y.S., Dumm M., Blumberg G., Ono S., Segawa K., Komiya S., Ando Y., Basov D.N.* Constant effective mass across the phase diagram of high-T_c cuprates. // Phys. Rev. B — 2005. — v. 72, —p. 060511-060514.

[124] *Valla T., Fedorov A.V., Johnson P.D., Hulbert S.L.* Temperature Dependent Scattering Rates at the Fermi Surface of Optimally Doped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Phys. Rev. Lett. — 1999. — v. 83, —p. 2085-2088.

[125] *Feng D.L., Damascelli A., Shen K.M., Motoyama N., Lu D.H., Eisaki H., Shimizu K., Shimoyama J.-i., Kishio K., Kaneko N., Greven M., Gu G.D., Zhou X.J., Kim C., Ronning F., Armitage N.P., Z.-X Shen Z.-X.,* Electronic Structure of the Trilayer Cuprate Superconductor $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88, — p. 107001-107004.

[126] *Dessau D.S., Wells B.O., Shen Z.-X., Spicer W.E., Arko A.J., List R.S., Mitzi D.B., Kapitulnik A.* Anomalous spectral weight transfer at the superconducting transition of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Phys. Rev. Lett. — 1991. — v. 66, —p. 2160-2163.

[127] *Мигдал А.Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер., 2 изд., М.: Наука. 1983;

[128] *Yusof Z.M., Wells B.O., Valla T., Fedorov A.V., Johnson P.D., Li Q., Kendziora C., Jian S., Hinks D.G.* Quasiparticle Liquid in the Highly Overdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 88, —p. 167006-167009.

[129] *Nakamae S., Behnia K., Mangkorntong N., Nohara M., Takagi H., Yates S.J.C., Hussey N.* Electronic ground state of heavily overdoped nonsuperconducting $La_{2-x}Sr_xCuO_4$. // Phys. Rev. B — 2003. — v. 68, —p. 100502-100505.

[130] N.E. Hussey, M. Abdel-Jawad, A. Carrington, A.P. Mackenzie, L. Balicas, Nature 425 (2003) 814-817. *Hussey N.E., Abdel-Jawad M., Carrington A., Mackenzie A.P., Balicas L.* A coherent three-dimensional Fermi surface in a high-transition-temperature superconductor. // Nature — 2003. — v. 425, —p. 814-817.

[131] *Pogorelov Yu.G., Shaginyan V.R.* Transition from non Fermi liquid behavior to Landau Fermi liquid behavior induced by magnetic fields. // Письма в ЖЭТФ — 2002. — v. 76, — № 8, —p. 614-618.

[132] *de Llano M., Vary J.P.* Generalized Fermi sea for plane-wave Hartree-Fock theory: One dimensional model calculation. // Phys. Rev. C — 1979. — v. 19, — p. 1083-1088; *de Llano M., Plastino A., Zabolitsky J.P.* Optimal plane-wave Hartree-Fock states for many-fermion systems. // Phys. Rev. C — 1979. — v. 20, —p. 2418-2425.

[133] *Zverev M.V., Baldo M.* The multi-connected momentum distribution and fermion condensation. // J. Phys. Condens. Matter — 1999. — v. 11, —№ 9, —p. 2059-2069.

[134] *Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Amusia M.Ya.* Quasiparticles and order parameter near quantum phase transition in heavy fermion metals. // Phys. Lett. A — 2005. — v. 338, — p. 393-401.

[135] *Khodel V. A., Schuck P.* Universal behavior of the collision rate in strongly correlated Fermi systems. // Phys. B: Condens. Matter — 1997. — v. 104, —№ 3, —p. 505-508.

[136] *Tsujii N., Kontani H., Yoshimura K.* Universality in Heavy Fermion Systems with General Degeneracy. // Phys. Rev. Lett. — 2005. — v. 94, — p. 057201-057205.

[137] *Jacko A.C., Fjærestad J.O., Powell B.J.* A unified explanation of the Kadowaki-Woods ratio in strongly correlated metals. // Nature Physics — 2009. — v. 5, —p. 422-425.

[138] *Khodel V.A., Zverev M.V.* // Письма в ЖЭТФ — 2007. — v. 85, —p. 404-409.

[139] J *Korringa J.* Nuclear magnetic relaxation and resonance line shift in metals.// Physica (Utrecht — 1950. — v. 16, —p. 601-610.

[140] *Zheng G.-Q., Sato T., Kitaoka Y., Fujita M., Yamada K.* // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 90, — p. 197005-197008.

[141] *Kane C.L., Fisher M.P.A.* Thermal Transport in a Luttinger Liquid. // Phys. Rev. Lett. — 1996. — v. 76, —p. 3192-3195.

[142] *Houghton A., Lee S., Marston J.B.* Violation of the Wiedemann-Franz law in a large-N solution of the t-J model. // Phys. Rev. B — 2002. — v. 65, — p. 220503-220506.

[143] *Mackenzie A.P., Julian S.R., Sinclair D.C., Lin C.T.* Normal-state magnetotransport in superconducting $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ to millikelvin temperatures. // Phys. Rev. B — 1996. — v. 53, —p. 5848-5855.

[144] *Shibauchi T., Krusin-Elbaum L., Hasegawa M., Kasahara Y., Okazaki R., Matsuda Y.* Field-induced quantum critical route to a Fermi liquid in high-temperature superconductors. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA — 2008. — v. 105, —p. 7120-7123.

[145] *Shaginyan V.R., Popov K.G.* // Письма в ЖЭТФ — 2008. — v. 88, —p. 183-188.

[146] *Morhard K.-D., Bauerle C., Bossy J., Bunkov Yu., Fisher S.N., Godfrin H.* Two-dimensional Fermi liquid in the highly correlated regime: The second layer of ^3He adsorbed on graphite. // Phys. Rev. B — 1996. — v. 53, —p. 2658-2661.

[147] *Benlagra A., Pépin C.* Model of Quantum Criticality in ^{3}He Bilayers Adsorbed on Graphite. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — v. 100, — p. 176401-176404.

[148] *Bianchi A., Movshovich R., Vekhter I., Pagliuso P.G., Sarrao J.L.* Avoided Antiferromagnetic Order and Quantum Critical Point in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91, —p. 257001-257004.; *Ronning F., Capan C., Bianchi A., Movshovich R., Lacerda A., Hundley M.F., Thompson J.D., Pagliuso P.G., Sarrao J.L.* Field-tuned quantum critical point in $CeCoIn_5$ near the superconducting upper critical field. // Phys. Rev. B — 2005. — v. 71, — p. 104528-104534.

[149] *Bianchi A., Movshovich R., Oeschler N., Gegenwart P., Steglich F., Thompson J.D., Pagliuso P.G., Sarrao J.L.* First-Order Superconducting Phase Transition in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — v. 89,— p. 137002-137005.

[150] *Bud'ko S.L., Morosan E., Canfield P.C.* Magnetic field induced non-Fermi-liquid behavior in YbAgGe single crystals. // Phys. Rev. B — 2004. — v. 69,— p. 014415-014422.

[151] *Küchler R., Gegenwart P., Heuser K., Scheidt E.-W., Stewart G.R., Steglich F.* Gruneisen Ratio Divergence at the Quantum Critical Point in $CeCu_{6-x}Ag_x$ // Phys. Rev. Lett. — 2004. — v. 93,—p. 096402-096405.

[152] *Bianchi A., Movshovich R., Vekhter I., Pagliuso P.G., Sarrao J.L.* Avoided Antiferromagnetic Order and Quantum Critical Point in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2003 — v. 91,—p. 257001-257004.

[153] *Shaginyan V.R.* Behavior of Fermi systems approaching fermion condensation quantum phase transition from disordered phase. // Письма в ЖЭТФ — 2003. — v. 77,—p. 208-211.

[154] *Khodel V.A., Shaginyan V.R.* Fermion condensation in Fermi systems with strongly repulsive interaction. // Nucl. Phys. A — 1993. — v. 555,—№ 1,— p. 33-58.

[155] *Ландау Л. Д. Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика.— В 10-ти т. T.V. Статистическая физика. ч.1,—М.: Наука, 1976.— 584 с.

[156] *Shaginyan V.R.* Investigation of the Field-Tuned Quantum Critical Point in $CeCoIn_5$. // Письма в ЖЭТФ — 2004. — v. 80,—p. 294-297.

[157] *Clark J.W., Khodel V.A., Zverev M.V., Yakovenko V.M.* Unconventional superconductivity in two-dimensional electron systems with long-range correlations. // Phys. Rep. — 2004. — v. 391,— p. 123-156.

[158] *Tokiwa Y., Radu T., Geibel C., Steglich F., Gegenwart P.* Divergence of the Magnetic Gruneisen Ratio at the Field-Induced Quantum Critical Point in $YbRh_2Si_2$. // Phys. Rev. Lett. — 2009. — v. 102,—p. 066401-066404.

[159] *Shaginyan V.R., Popov K.G., Stephanovich V.A.* Universal low-temperature behavior of the $CePd_{1-x}Rh_x$ ferromagnet. // Europhys. Lett. — 2007. — v. 79,—№ 4,—p. 47001-47006.

[160] *Oeschler N., Gegenwart P., Lang M., Movshovich R., Sarrao J.L., Thompson J.D., Steglich F.* Uniaxial Pressure Effects on $CeIrIn_5$ and $CeCoIn_5$ Studied by Low-Temperature Thermal Expansion. //Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91,—p. 076402-076405.

[161] *Ziman J.M.* Electrons and Phonons, Oxford, Oxford University Press, 1960.

[162] *Shaginyan V.R., Amusia M.Ya., Msezane A.Z., Popov K.G., Stephanovich V.A.* Energy scales and magnetoresistance at a quantum critical point. // Phys. Lett. A — 2009. — v. 373,—p. 986-991.

[163] *Carretta P., Pasero R., Giovannini M., Baines C.* Magnetic-field-induced crossover from non-Fermi to Fermi liquid at the quantum critical point of $YbCu_{5-x}Au_x$. // Phys. Rev. B — 2009. — v. 79,— p. 020401-020404.

[164] *Moriya T.* Spin Fluctuations in Itinerant Electron Magnetism, Berlin, Springer, 1985.

[165] *Shaginyan V.R., Msezane A.Z., Popov K.G., Stephanovich V.A.* Magnetic-field-induced reentrance of Fermi-liquid behavior and spin-lattice relaxation rates in $YbCu_{5-x}Au_x$ // Phys. Lett. A — 2009. — v. 373,—p. 3783-3786.

[166] *Gegenwart P., Custers J., Tokiwa Y., Geibel C., Steglich F.* Ferromagnetic Quantum Critical Fluctuations in $YbRh_2(Si_{0.95}Ge_{0.05})_2$. // Phys. Rev. Lett. — 2005. — v. 94,— p. 076402-076405.

[167] *Paglione J., Tanatar M.A., Hawthorn D.G., Boaknin E., Hill R.W., Ronning F., Sutherland M., Taillefer L., Petrovicx C., Canfield P.C.* Field-Induced Quantum Critical Point in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — v. 91,—p. 246405-246408.

[168] *Ronning F., Capan C., Bauer E.D., Thompson J.D., Sarrao J.L., Movshovich R.* Pressure study of quantum criticality in $CeCoIn_5$. // Phys. Rev. B — 2006. — v. 73,—p. 064519-064522.

[169] *Shaginyan V.R., Popov K.G.* Asymmetric tunneling, Andreev reflection and dynamic conductance spectra in strongly correlated metals. // Phys. Lett. A — 2007. — v. 361,— p. 406-412.

[170] *Sereni J.G., Westerkamp T., Kuchler R., Caroca-Canales N., Gegenwart P., Geibe C.* Ferromagnetic quantum criticality in the alloy $CePd_{1-x}Rh_x$. // Phys. Rev. B — 2007. — v. 75,—p. 024432-024439.

[171] *Pikul A.P., Caroca-Canales N., Deppe M., Gegenwart P., Sereni J.G., Geibel C., Steglich F.* Non-Fermi-liquid behaviour close to the disappearance of ferromagnetism in $CePd_{1-x}Rh_x$. // J. Phys. Condens. Matter — 2006. — v. 18,—p. L535-L542.

[172] *Shaginyan V.R., Popov K.G.* General properties of $CePd_{1-x}Rh_x$ at quantum critical point. // Physica B: Phys. Cond. Matt. — 2009. — v. 404,— p. 3179-3182.

[173] *Shaginyan V.R., Kirichenko E.V., Stephanovich V.A.* Quantum critical point in CePd1-xRhx ferromagnet. // Physica B —2008— v. 403— p. 755-757.

[174] *Kirkpatrick T.R., Belitz D.* Nature of the quantum phase transition in clean itinerant Heisenberg ferromagnets. // Phys. Rev. B — 2003. — v. 67,— p. 024419-024432.

STRONGLY CORRELATED FERMI-SYSTEMS: THEORY VERSUS EXPERIMENT

Shaginyan V.R.*, Popov K.G.**

**Petersburg Nuclear Physics Institute, RAS, Gatchina*
vrshag@thd.pnpi.spb.ru
***Komi Science Center, Ural Division, RAS*
kpopov@dm.komisc.ru

Received 30.05.2010

Strongly correlated Fermi systems are well experimentally studied but only recently have got an adequate theoretical description. This report is devoted to a discussion of theory of fermion condensation quantum phase transition and its applications to strongly correlated Fermi systems such as heavy fermion metals, high-Tc superconductors and 2D Fermi-liquids. We show that both non-Fermi liquid and scaling behavior of strongly correlated Fermi systems can be described within the frame of the theory of fermion condensation quantum phase transition which supports the expanded quasiparticles paradigm. In contrast to the Landau paradigm stating that the quasiparticles effective mass is constant, the effective mass of new quasiparticles strongly depends on temperature, magnetic field, pressure and other external parameters. Analyzing experimental data obtained in measurements on strongly correlated Fermi systems with different microscopic properties we have found out that they demonstrate the universal non-Fermi liquid behavior. Our calculations of numerous characteristics such as transition regimes, energy scales, thermodynamics, relaxation and transport properties of strongly correlated Fermi-systems are in good agreement with experimental facts.